MATEMÁTICA

MATEMÁTICA

3º ANO

DO ENSINO MÉDIO

ANOTAÇÕES

Aulas

21 e 22 Plano cartesiano como recurso para localização

Aula 21

Olá, Estudante!

As **aulas 21 e 22** fazem parte de uma jornada do conhecimento sobre **reconhecimento de coordenadas de pontos representados num plano cartesiano localizados em quadrantes diferentes do primeiro**. Saber resolver problemas utilizando o plano cartesiano é muito importante, pois esse conhecimento prévio é necessário para o entendimento destas aulas, de aulas futuras e para a compreensão de situações do cotidiano, especialmente aquelas que envolvem localização. Vamos explorar essa habilidade juntos e descobrir como aplicá-la em diferentes contextos!

Preparados para começar esta jornada de aprendizagem e mudar de nível de conhecimento?

Ao término destas aulas, espera-se que você seja capaz de **reconhecer as coordenadas de pontos representados num plano cartesiano localizados em quadrantes diferentes do primeiro**, o que possibilitará o desenvolvimento de habilidades que dizem respeito à utilização do plano cartesiano enquanto um recurso para localização, com reconhecimento das coordenadas de pontos em qualquer quadrante.

Conectando-se com o conhecimento

Para começarmos estas aulas, você e seus colegas responderão algumas perguntas ao professor sobre o que já sabem sobre o plano cartesiano. Isso ajudará o professor a entender melhor o que você já conhece e permitirá que ele te apoie de forma mais eficaz no que será estudado a seguir.

1. Que recursos você costuma utilizar para se localizar?
2. Para que serve o plano cartesiano?
3. Quais as principais características do plano cartesiano?
4. Cite um exemplo de contexto do cotidiano em que a localização é importante.

Explorando e avançando no conhecimento

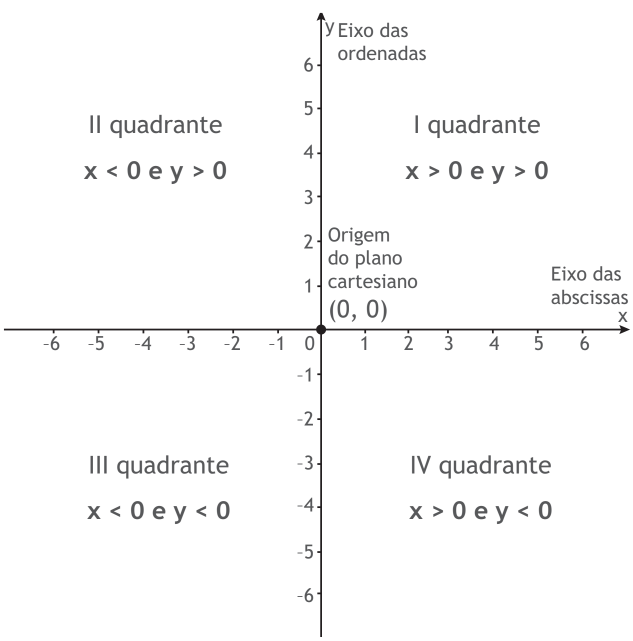
Se um colega resolvesse te visitar em casa pela primeira vez, como você explicaria onde você mora? Que informações você diria para esse amigo acertar direitinho o seu endereço? Será que informar apenas o nome da rua que você mora seria suficiente para o seu amigo chegar até a sua casa? Por exemplo, se você mora em uma grande avenida, apenas com esse dado, seria fácil o seu amigo encontrar a sua casa?

Saber o nome da rua do local que você deseja ir é uma informação importante, mas nem sempre é suficiente. Se, além do nome da rua, você souber o número do prédio, a localização já se torna mais precisa, concorda? Para facilitar ainda mais, pode-se indicar algum ponto de referência como uma igreja, um comércio conhecido, uma edificação popular, entre outras tantas possibilidades.

Perceba que esses questionamentos se referem a uma situação ligada à noção de localização. Há um interesse em encontrar um local desconhecido e, para isso, é necessário que sejam dadas informações sobre o local desejado a exemplo do nome da rua, do número do prédio e de um ponto de referência. Tais informações podem ser entendidas como coordenadas. Em Matemática, existe um recurso muito utilizado para localização. Trata-se do **plano cartesiano**, que é um sistema formado por dois eixos perpendiculares onde são necessárias coordenadas numéricas para identificar a exata localização de pontos.

No plano cartesiano, o eixo horizontal é denominado eixo das abscissas, e o eixo vertical, eixo das ordenadas. Esses eixos são perpendiculares entre si e se cruzam em um ponto chamado origem do plano, que delimita quatro regiões denominadas quadrantes.

Para localizar um ponto no plano, ele deve ser indicado por um par ordenado, formado por duas coordenadas, escritas na seguinte ordem (x, y). Dessa forma, a origem do plano cartesiano tem as duas coordenadas nulas, ou seja, (0, 0). A partir desse ponto de referência, para a direita os valores das abscissas crescem e para a esquerda, decrescem. Por outro lado, para cima, os valores das ordenadas são crescentes enquanto que, para baixo, são decrescentes. Vejamos uma representação do plano cartesiano:

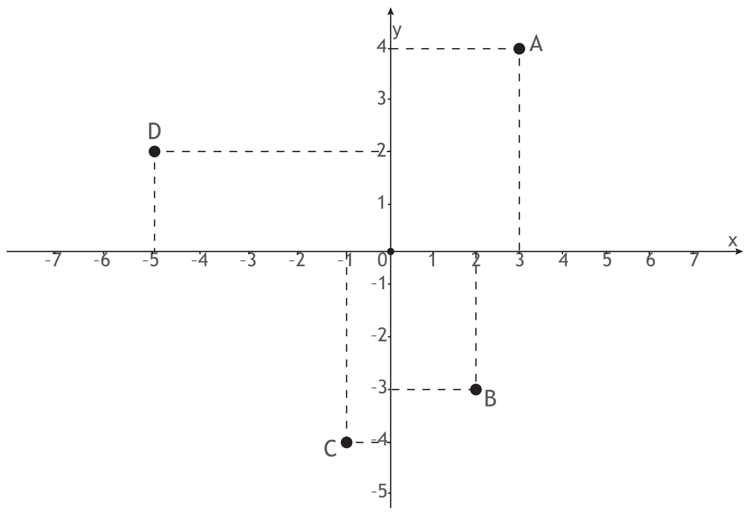


Fonte: elaborado pela equipe pedagógica para uso exclusivo deste material.

Observe que, conforme o posicionamento e como aparecem na figura, os pontos situados em cada quadrante atendem a algumas propriedades:

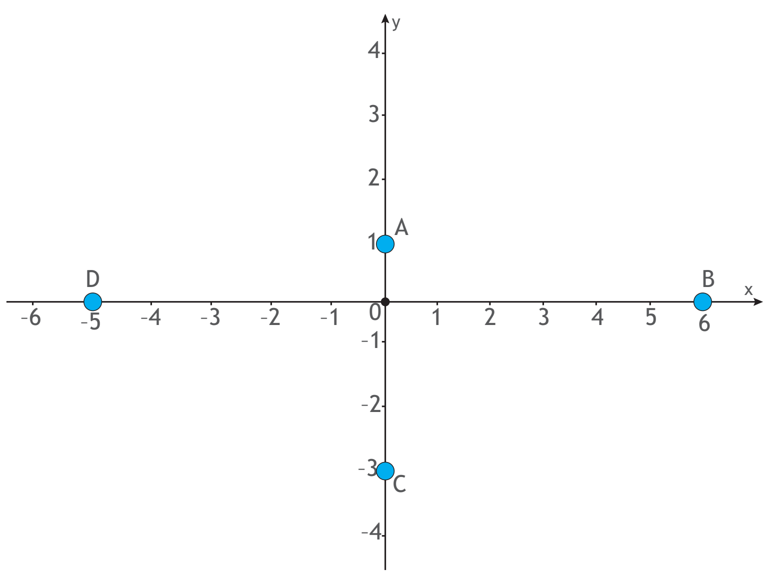
- Pontos no I quadrante têm abscissa e ordenada positivas;
- Pontos no II quadrante têm abscissa negativa e ordenada positiva;
- Pontos no III quadrante têm abscissa e ordenada negativas;
- Pontos no IV quadrante têm abscissa positiva e ordenada negativa.

Para localizar um ponto no plano deve-se utilizar as medidas das suas duas coordenadas, traçando segmentos perpendiculares a cada eixo. A localização exata do ponto é a intersecção entre essas perpendiculares. Como exemplos, veja a indicação dos pontos A (3, 4), B (2, - 3), C (- 1, - 4) e D (- 5, 2) no plano cartesiano a seguir:



Fonte: elaborado pela equipe pedagógica para uso exclusivo deste material.

Cada um dos pontos indicados está posicionado em um dos quadrantes, atendendo às propriedades já sinalizadas. Há ainda a possibilidade de pontos não se situarem nos quadrantes, mas sim, em algum dos dois eixos coordenados. Isso acontece quando uma das coordenadas é nula, como se observa a seguir:

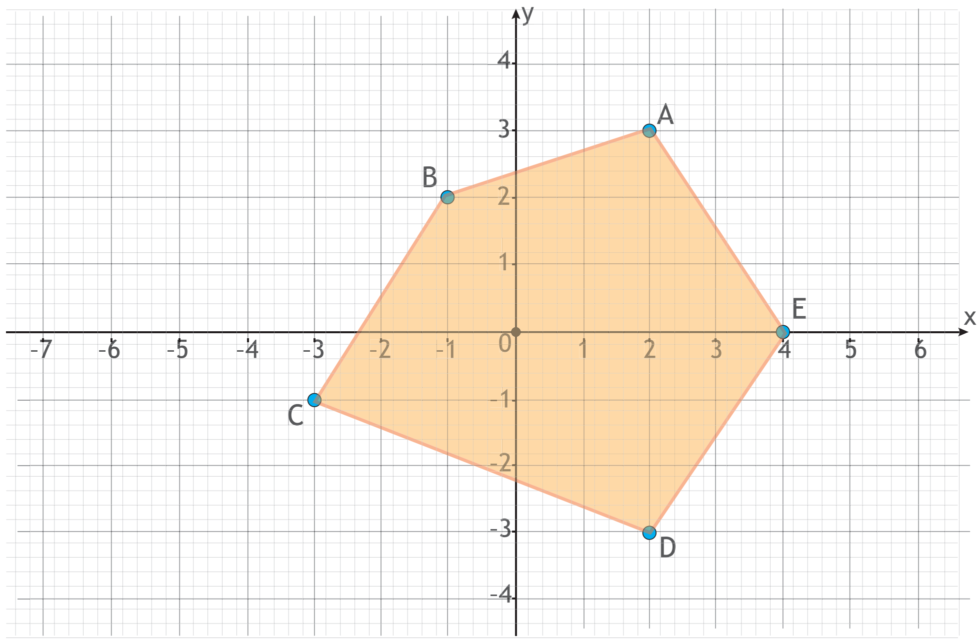


Fonte: elaborado pela equipe pedagógica para uso exclusivo deste material.

De acordo com a figura, quais são as coordenadas de cada ponto?

A (   )   B (   )   C (   )   D (   )

Vejamos o que acontece com a figura a seguir. Este polígono é um pentágono e está representado no plano cartesiano, de modo que são conhecidas as coordenadas de todos os seus vértices. Observe atentamente.



Fonte: elaborado pela equipe pedagógica para uso exclusivo deste material.

Agora responda, de acordo com o que está indicado na figura:

1 Há algum vértice do pentágono localizado no I quadrante? Em caso positivo, qual?

2 Algum quadrante contém mais de um vértice do pentágono?

3 Um dos vértices não está situado em quadrantes. Qual? Onde ele está localizado? O que acontece com suas coordenadas?

4 Informe as coordenadas de todos os pontos que são vértices desse polígono.

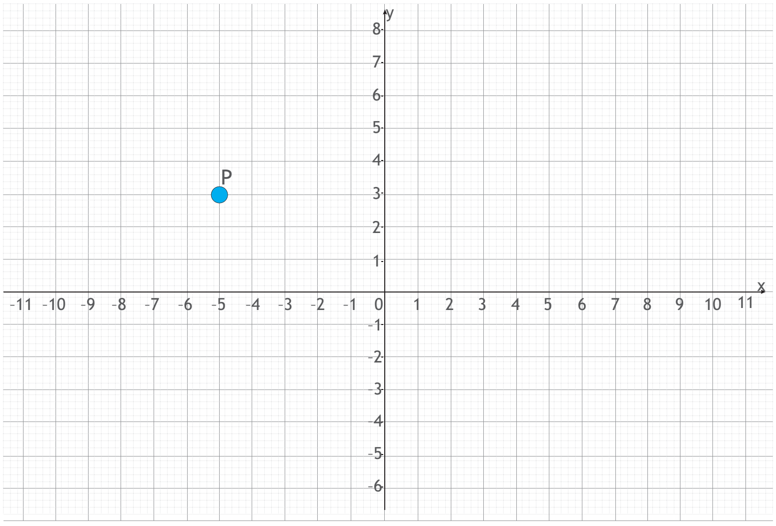
A (   )   B (   )   C (   )   D (   )   E (   )

Aplicando o conhecimento

Esta seção contém itens para você responder. Leia-os com atenção para entender bem as informações apresentadas. Cada item possui um comando que você deve responder. São apresentadas cinco alternativas, em que apenas uma possui a resposta correta. Então, pense e execute a melhor estratégia pessoal para obter a resposta.

Vamos lá?!

Item 1. Observe o ponto P que está marcado no plano cartesiano a seguir.



Fonte: elaborado pela equipe pedagógica para uso exclusivo deste material.

De acordo com a figura, as coordenadas de P são

(A) (3, — 5).

(B) (0, 3).

(C) (— 5, 3).

(D) (— 5, 0).

(E) (0, — 5).

Item 2. Como exemplo para o estudo do plano cartesiano em uma de suas turmas, a professora Lídia escreveu no quadro as coordenadas do ponto T (5, - 1) e perguntou aos estudantes onde estaria localizado este ponto no plano cartesiano. Responderam corretamente os estudantes que identificaram o ponto T no

(A) eixo das abscissas.

(B) I quadrante.

(C) II quadrante.

(D) III quadrante.

(E) IV quadrante.

Item 3. A localização de um ponto no plano cartesiano depende das suas coordenadas.

Se um ponto está no III quadrante, é correto afirmar que

(A) sua abscissa é nula.

(B) suas duas coordenadas são negativas.

(C) sua ordenada é maior do que zero.

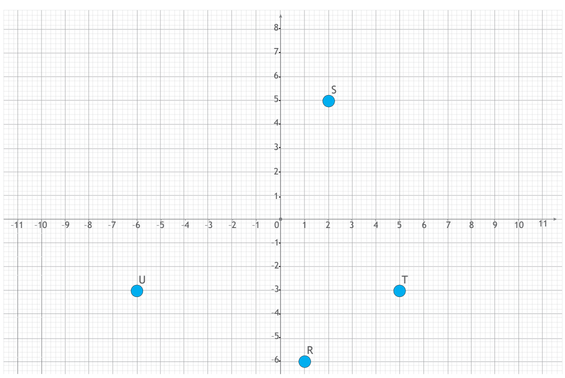
(D) sua abscissa é positiva.

(E) este ponto pode ser a origem do plano cartesiano.

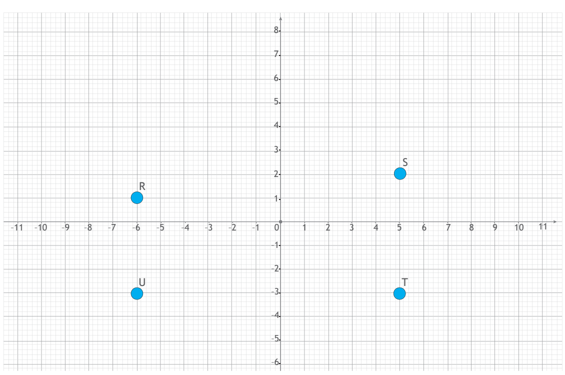
Item 4. Josy estava estudando sobre plano cartesiano. Um dos tópicos foi a marcação de pontos no plano, a partir das suas coordenadas. Assim, utilizou um único plano para localizar os pontos: R (- 6, 1); S (2, 5); T (5, - 3) e U (- 6, - 3).

Considerando que Josy marcou os quatro pontos corretamente, o plano cartesiano que representa esses pontos é

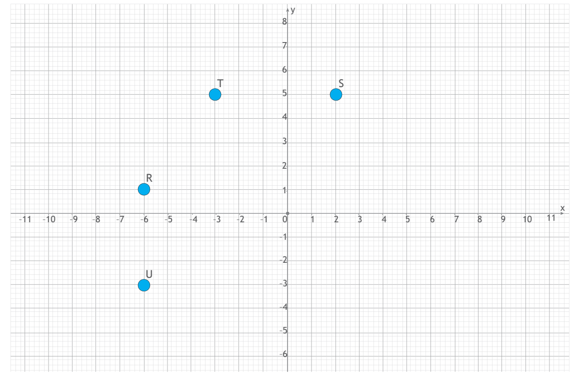
(A)



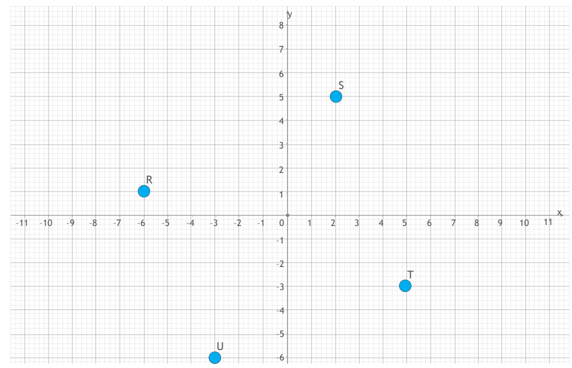
(B)



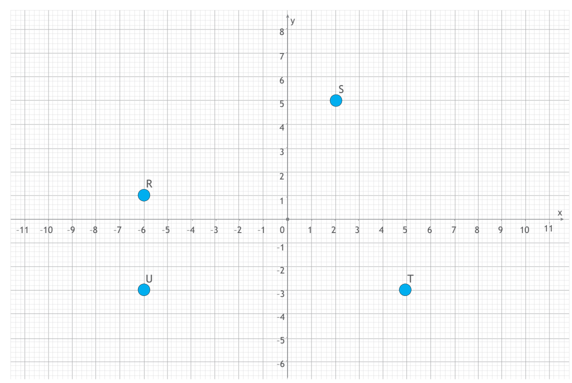
(C)



(D)



(E)



Fonte: elaborados pela equipe pedagógica para uso exclusivo deste material.

Aula 22

Nesta aula, continuaremos o processo de desenvolvimento da habilidade de reconhecer as coordenadas de pontos representados num plano cartesiano localizados em quadrantes diferentes do primeiro, trazendo atividades práticas de aplicação em contextos do nosso cotidiano.

Para isso, os itens a seguir serão respondidos em grupos, para que você compartilhe estratégias de resolução com seus colegas. Em seguida, a correção será coletiva para que, juntos, discutam as respostas. Assim, você entenderá o porquê de cada resposta estar certa ou não. Para isso, fique atento às dicas:

- ☑ leia cada item com atenção;
- ☑ destaque ou esquematize as informações que você julgue mais importantes no enunciado dos itens;
- ☑ analise os dados fornecidos por cada enunciado e, em caso de dúvidas, conte com o apoio dos colegas e do professor.

Vamos juntos avançar nesta jornada e continuar aprendendo mais sobre plano cartesiano!

Item 5. O ponto A (6, ?) será marcado no plano cartesiano.

Para que o ponto A esteja no IV quadrante, sua ordenada deve ser

(A) igual a zero.

(B) igual a sua abscissa.

(C) maior do que zero.

(D) menor do que zero.

(E) maior do que sua abscissa.

Item 6. O professor de Matemática de Mariana começou a aula solicitando que os estudantes observassem um triângulo que estava representado no plano cartesiano escrito no quadro. Em seguida, pediu que cada estudante citasse uma afirmação verdadeira a respeito dos pontos A, B e C. Veja as afirmações que os estudantes apresentaram sobre tais pontos, reproduzidos a seguir, conforme o desenho do quadro:

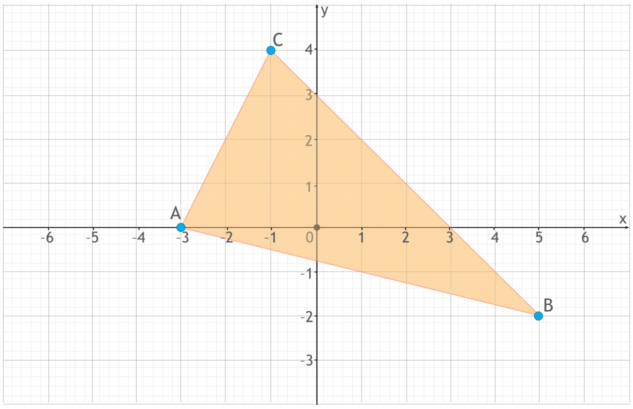
Clara: "Apenas um desses pontos tem ordenada nula."

Pablo: "O ponto B está no III quadrante."

Renato: "Um desses pontos tem as coordenadas negativas."

Cibelle: "Esses três pontos estão localizados em quadrantes."

Paula: "Um deles tem abscissa igual a zero."



Fonte: elaborado pela equipe pedagógica para uso exclusivo deste material.

Conforme o que se pode notar na figura, o único estudante que informou uma afirmação verdadeira foi

(A) Clara.

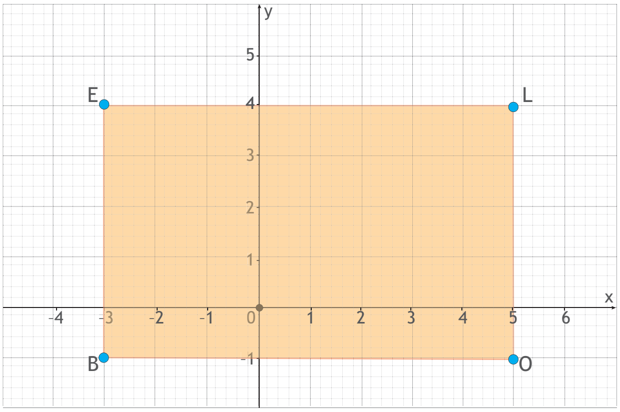
(B) Pablo.

(C) Renato.

(D) Cibelle.

(E) Paula.

Item 7. O polígono BELO, representado no plano cartesiano a seguir, é um retângulo. Cada vértice desse retângulo está localizado em um dos quadrantes do plano.



Fonte: elaborado pela equipe pedagógica para uso exclusivo deste material.

De acordo com a figura, as coordenadas dos vértices do retângulo BELO são

(A) B (– 3, – 1); E (– 3, 4); L (5, 4); O (5, – 1).

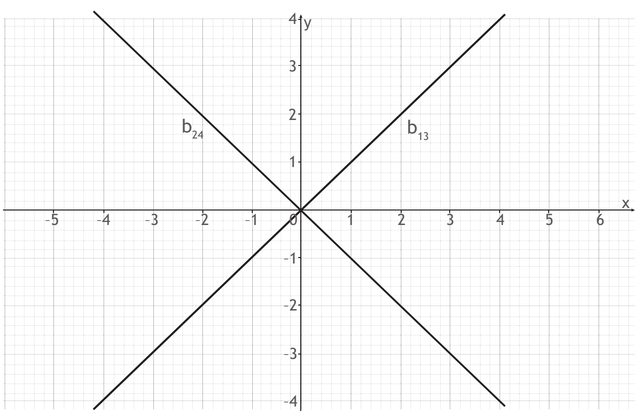
(B) B (– 3, – 1); E (– 3, 4); L (5, 0); O (5, 0).

(C) B (– 1, – 3); E (4, – 3); L (4, 5); O (– 1, 5).

(D) B (– 1, – 3); E (4, – 3); L (5, 4); O (5, – 1).

(E) B (– 3, – 1); E (– 3, 4); L (4, 5); O (– 1, 5).

Item 8. No plano cartesiano é possível identificar algumas retas com características muito particulares. Duas delas passam pela origem e dividem, em partes iguais, ou os quadrantes pares (II e IV) ou os quadrantes ímpares (I e III). Essas retas são denominadas de bissetrizes de modo que, a bissetriz dos quadrantes pares pode ser indicada por b_{24} e a bissetriz dos quadrantes ímpares, b_{13} , como mostra a figura a seguir.



Fonte: elaborado pela equipe pedagógica para uso exclusivo deste material.

A respeito das bissetrizes do plano cartesiano, pode-se afirmar que

(A) os pontos localizados na b_{13} têm abscissa e ordenada iguais.

(B) os pontos localizados na b_{24} têm abscissa e ordenada iguais.

(C) existem alguns pontos que pertencem simultaneamente à b_{13} e à b_{24} .

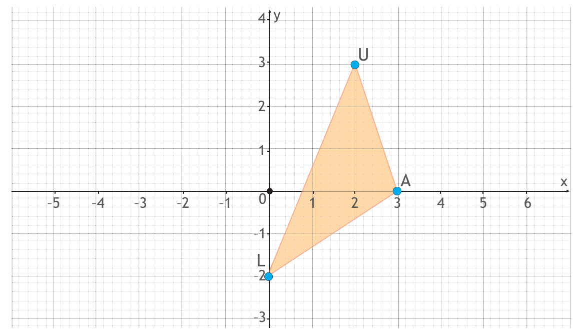
(D) existe um ponto na b_{13} que tem abscissa nula e ordenada diferente de zero.

(E) existe um ponto na b_{24} que tem ordenada nula e abscissa diferente de zero.

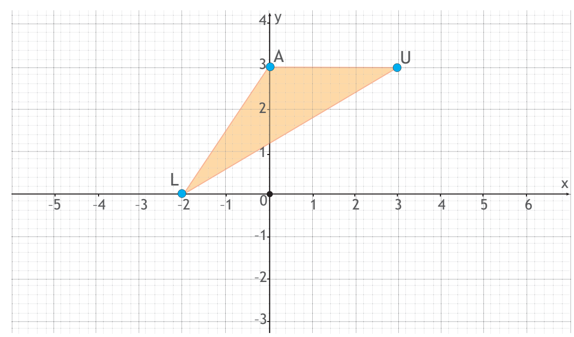
Item 9. Brenda resolveu utilizar um software de geometria dinâmica para localizar alguns pontos no plano. Na tentativa de marcar o triângulo LUA, escreveu as coordenadas dos vértices no *software*: L (– 2, 0), U (2, 3), A (3, 0).

O resultado obtido por Brenda foi

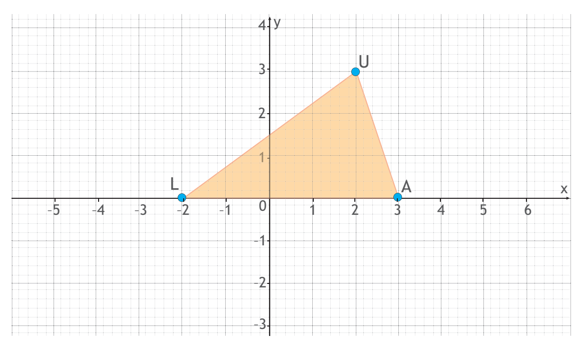
(A)



(B)

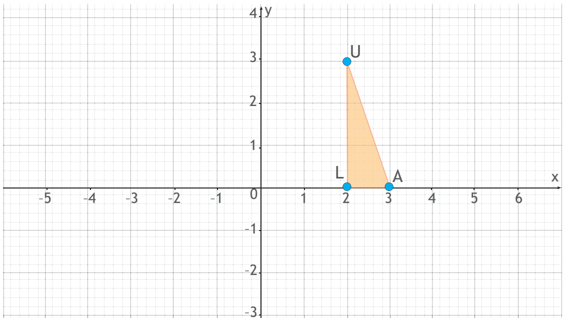


(C)

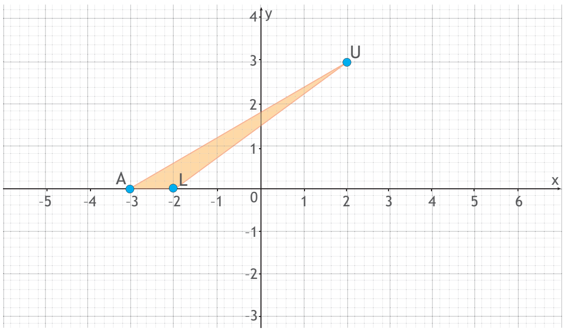


Anotações

(D)



(E)



Fonte: elaborados pela equipe pedagógica para uso exclusivo deste material.

Item 10. Para que dois pontos fiquem situados exatamente no mesmo lugar no plano, é necessário que suas coordenadas cartesianas correspondentes sejam iguais, já que são elas que indicam a localização de cada ponto. Isso quer dizer que esses pontos devem ter abscissas iguais e ordenadas também iguais. Considere então os pontos M e N que se localizam exatamente no mesmo lugar no plano cartesiano e cujas coordenadas podem ser representadas por: M ($2m$, — 3) e N (14, $n/2$).

Portanto, o valor numérico de m e de n, respectivamente é

(A) 2 e — 3.

(B) 7 e — 6.

(C) 14, — 3.

(D) 14 e — 6.

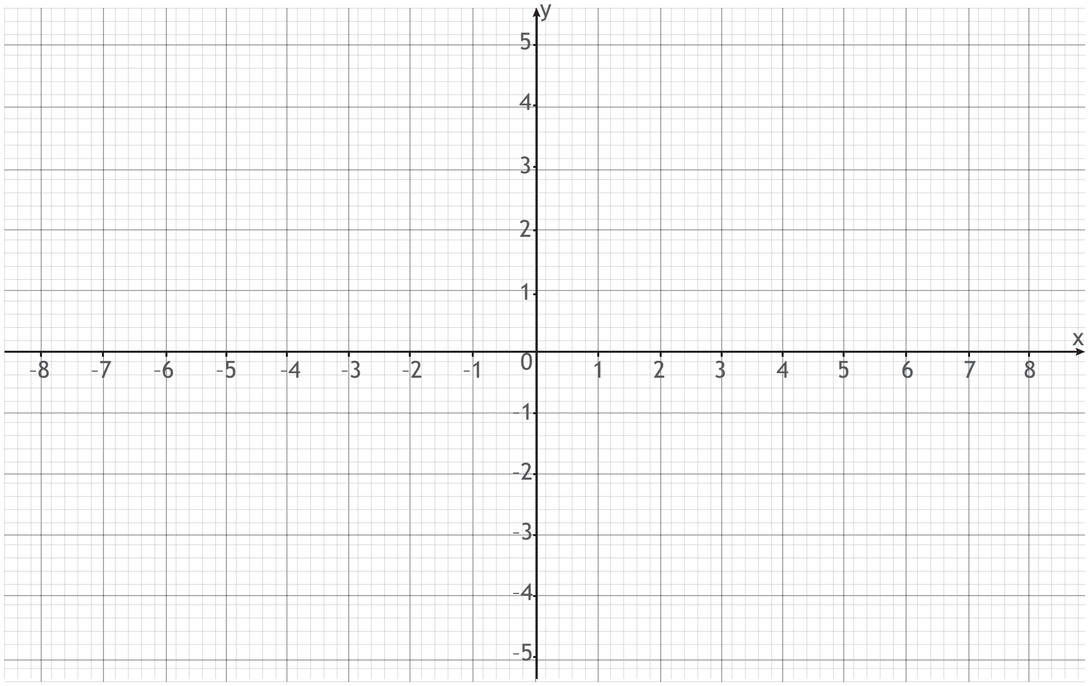
(E) 14, 1/2.

Extrapolando o conhecimento

A finalidade desta seção é ampliar os seus conhecimentos sobre o que foi estudado. Você retomou até aqui sobre o plano cartesiano, principalmente, por meio da compreensão de que é um excelente recurso para localização. Para isso, analisou coordenadas de pontos marcados no plano, marcou pontos no plano quando suas coordenadas eram conhecidas e resolveu problemas envolvendo esses conceitos.

Perceba que, para alguns itens, elementos geométricos foram utilizados, por exemplo, quando se representou algum polígono no plano, ao serem conhecidas as coordenadas cartesianas de seus vértices. Também nessa perspectiva de representar polígono no plano cartesiano, observe as coordenadas dos vértices de um quadrilátero: A (— 4, 5); M (4, 5); O (4, — 3) e R (x, y). Quais devem ser as coordenadas do ponto R para que esse quadrilátero seja um quadrado? Explique a sua resposta e, para conferir, utilize o plano disponível a seguir para localizar esses pontos.

Anotações



Fonte: elaborado pela equipe pedagógica para uso exclusivo deste material.

Sistematizando e avaliando o conhecimento

Ao desenvolver as atividades destas aulas, você teve a oportunidade de relembrar, consolidar e aplicar conhecimentos essenciais para ampliar sua compreensão sobre o reconhecimento das coordenadas de pontos representados num plano cartesiano localizados em quadrantes diferentes do primeiro, de modo que você tenha uma compreensão satisfatória sobre esse objeto de conhecimento. Vamos anotar isso?

Atividade		Como posso melhorar?
Sou capaz de representar pontos no plano cartesiano se conheço as suas coordenadas?	( ) Completamente. ( ) Parcialmente. ( ) Não.	( ) Dando mais atenção ao enunciado. ( ) Estudando mais sobre este tópico. ( ) De outra forma:________________
Identifico as coordenadas de pontos que estão representados no plano cartesiano?	( ) Completamente. ( ) Parcialmente. ( ) Não.	( ) Dando mais atenção ao enunciado. ( ) Estudando mais sobre este tópico. ( ) De outra forma:________________
Identifico as características das coordenadas de pontos marcados em diferentes quadrantes do plano cartesiano?	( ) Completamente. ( ) Parcialmente. ( ) Não.	( ) Dando mais atenção ao enunciado. ( ) Estudando mais sobre este tópico. ( ) De outra forma:________________
Reconheço as características das coordenadas de pontos marcados nos eixos do plano cartesiano?	( ) Completamente. ( ) Parcialmente. ( ) Não.	( ) Dando mais atenção ao enunciado. ( ) Estudando mais sobre este tópico. ( ) De outra forma:________________
Consigo resolver problemas que envolvem o plano cartesiano?	( ) Completamente. ( ) Parcialmente. ( ) Não.	( ) Dando mais atenção ao enunciado. ( ) Estudando mais sobre este tópico. ( ) De outra forma:________________

Aulas

23 e 24 Elementos da Matemática Financeira: percentual de reajuste

Aula 23

Olá, Estudante!

As **aulas 23 e 24** fazem parte de uma jornada do conhecimento sobre a **determinação de um valor reajustado de uma quantia a partir de seu valor inicial e do percentual de reajuste**. Saber resolver problemas que relacionam o cálculo de valor reajustado de uma quantia é muito importante, pois esse é um conhecimento prévio essencial para o entendimento destas aulas, de conteúdos futuros e também para situações do cotidiano. Trata-se de um recurso amplamente utilizado em contextos diversos, especialmente em situações que envolvem descontos ou aumentos de preços. Vamos explorar essa habilidade juntos e descobrir como aplicá-la em diferentes situações!

Preparados para começar esta jornada de aprendizagem e mudar de nível de conhecimento?

Ao término destas aulas, espera-se que você seja capaz de **determinar um valor reajustado de uma quantia a partir de seu valor inicial e do percentual de reajuste**, o que possibilitará o desenvolvimento de habilidades que dizem respeito à determinação de valores monetários relacionados a contextos de desconto ou acréscimo percentual.

Conectando-se com o conhecimento

Para começarmos estas aulas, você e seus colegas responderão algumas perguntas ao professor sobre o que já sabem sobre alguns importantes elementos da Matemática Financeira, em particular aqueles que se relacionam ao cálculo de valor reajustado de uma quantia. Isso ajudará o professor a entender melhor o que você já conhece e permitirá que ele te apoie de forma mais eficaz no que será estudado a seguir.

Vamos começar nossa investigação respondendo a algumas perguntas:

1. Você costuma fazer pesquisa de preços quando precisa comprar algo? O que leva em conta quando faz esse tipo de pesquisa?
2. Você sabe o significado de um valor percentual?
3. O que significa informar que algum produto está com desconto?
4. Qual o significado de dizer que houve aumento no preço de algum produto?

Explorando e avançando no conhecimento

Dentre as diversas datas comemorativas que fazem parte do calendário brasileiro, o dia das mães costuma ser um dos que mais movimenta o comércio da maioria das cidades. Habitualmente, é uma data em que a compra de presentes é comum. Em ocasiões como essa ou, mesmo sem ser data comemorativa, a busca para a aquisição de alguns itens deve ser feita com atenção, no intuito de não comprometer o orçamento familiar.

Nesse sentido, especialistas em economia recomendam que a realização de pesquisa de preço deve ser uma ação que faz parte da rotina familiar, seja nas compras do cotidiano como alimentos, roupas e calçados, seja na aquisição de presentes ou daqueles itens necessários à vida corriqueira como eletrodomésticos, por exemplo. Ao se pensar sobre pesquisa de preços, é indispensável ficar atento aos anúncios, para não cair em propagandas enganosas, bem como evitar a compra por impulso. Isto pode favorecer a organização financeira familiar, evitando-se o endividamento.

A educação financeira é uma área de grande relevância para todos os cidadãos, pois trata de temáticas como as apresentadas nos parágrafos anteriores. Ela tem como objetivo oferecer à sociedade orientações que contribuam para uma vida com orçamento familiar equilibrado. Entre os tópicos abordados nessa área, a Matemática Financeira utiliza conceitos matemáticos que favorecem o uso consciente do dinheiro, possibilitando tomadas de decisão mais seguras. Exemplos disso incluem a verificação de troco, a conferência de descontos anunciados em propagandas, o controle de orçamento familiar e os cálculos relacionados a acréscimos (juros) ou reduções (descontos) em compras. Dessa forma, termos como juros, capital, lucro, montante, acréscimos e descontos são comuns no estudo da Matemática Financeira. Vamos começar pensando em alguns contextos relacionados a essas situações.

CONTEXTO I

O mesmo modelo de geladeira está sendo vendido em duas lojas do seguinte modo:

Na 1ª loja, sobre o preço de R$ 1 800,00 há um desconto de 8%

Na 2ª loja, sobre o preço de R$ 1 820,00 há um desconto de 10%

Qual dessas ofertas é mais conveniente para o cliente?

Observe que o exemplo apresenta duas situações em que o mesmo produto tem preços diferentes e taxas de desconto também diferentes. Em ambos os casos, o cliente pagará menos do que o valor integral do produto, já que as lojas estão oferecendo um desconto. Para compreender melhor o problema, é necessário ter clareza sobre o que representam os percentuais indicados. Falar sobre porcentagem significa falar de uma parte cujo todo corresponde a 100. Matematicamente, ao se falar de 8% de alguma quantia, refere-se a $\frac{8}{100}$ dessa quantia. De modo similar, quando se sugere 10% de certo valor, está se indicando $\frac{10}{100}$ desse valor. Assim, de acordo com o problema, temos que o valor a pagar pela geladeira em cada loja será de:

- ☑ 1ª loja:

$$8\% \text{ de R\$ } 1\,800{,}00 = \frac{8}{100} \cdot 1\,800 = \frac{8 \cdot 1800}{100} = \frac{14400}{100} = 144$$

Assim, como o desconto será de R$ 144,00, a geladeira sairá por:

R$ 1 800,00 − R$ 144,00 = R$ 1 656,00.

- ☑ 2ª loja:

$$10\% \text{ de R\$ } 1\,820{,}00 = \frac{10}{100} \cdot 1\,820 = \frac{10 \cdot 1\,820}{100} = \frac{18\,200}{100} = 182$$

Como, para esta loja, o desconto será de R$ 182,00, a geladeira sairá por:

R$ 1 820,00 $-$ R$ 182,00 $=$ R$ 1 638,00.

Se o cliente está procurando pagar menos por essa geladeira, é melhor ele optar por comprar na 2ª loja.

Note que o preço a pagar será menor do que o valor inicial, pois se trata de desconto. O valor a ser pago pode ser calculado determinando-se: (100% - 8%) do valor inicial da geladeira, ou seja, fazendo-se:

$$\left(\frac{100}{100} - \frac{8}{100}\right) \cdot 1\,800 = (1 - 0{,}08) \cdot 1\,800 = 0{,}92 \cdot 1\,800 = 1\,656$$

Na prática, o cliente pagará apenas: $\frac{100}{100} - \frac{8}{100} = \frac{92}{100} =$ 92% do valor da geladeira. Lembre-se que, ao dizer que $\frac{92}{100} =$ 92%, também se está informando que: $\frac{92}{100} =$ 92% $=$ 0,92. Utilizando o mesmo raciocínio para calcular o valor a ser pago pela geladeira na 2ª loja, ocorre:

$$\left(\frac{100}{100} - \frac{10}{100}\right) \cdot 1\,820 = (1 - 0{,}10) \cdot 1\,820 = 0{,}90 \cdot 1\,820 = 1\,638$$

Portanto, o valor reajustado da geladeira em cada loja será:

Loja	Valor reajustado
1ª	R$ 1 656,00
2ª	R$ 1 638,00

Generalizando, ao se determinar o valor ajustado de uma quantia em que houve desconto, pode-se utilizar a expressão:

Valor Reajustado = Valor Inicial · (1 - Percentual de Redução em Decimal)

CONTEXTO II:
Ana Flávia pretende aplicar R$ 1 200,00 e está analisando as opções de rendimentos que o gerente do banco em que ela tem conta ofereceu. Uma das opções é de rendimentos com taxa de juros de 1,5% ao mês. Como os planos dela são de aplicação desse valor por apenas 1 mês, qual será o valor total que Ana Flávia irá resgatar ao final desse período?

É indispensável observar que esta situação apresenta um contexto bem diferente do anterior, principalmente porque, aqui, não haverá uma redução em relação ao valor inicial, mas sim um acréscimo. Isso acontece porque Ana Flávia fará uma aplicação financeira e, ao resgatar o valor, receberá uma quantia maior do que aquela inicialmente investida. É como se ela "emprestasse" esse valor ao banco durante o período combinado.

Como a taxa indicada foi de 1,5% ao mês, o retorno de Ana Flávia será de

R$ 1 200,00 $+$ 1,5% de R$ 1 200,00.

Assim, teremos:

$$1{,}5\% \text{ de R\$ } 1\,200{,}00 = \frac{1{,}5}{100} \cdot 1\,200 = \frac{1{,}5 \cdot 1\,200}{100} = \frac{1\,800}{100} = 18$$

Logo, ela terá de rendimento o valor de R$ 18,00 e, assim, poderá resgatar:

R$ 1 200,00 $+$ R$ 18,00 $=$ R$ 1 218,00.

Perceba que o valor a resgatar será maior do que o valor que ela aplicou, ou seja, houve acréscimo. O valor reajustado pode também ser calculado por meio de: (100% + 1,5%) do valor inicial aplicado, ou seja, fazendo-se:

$$\left(\frac{100}{100} + \frac{1,5}{100}\right) \cdot 1\,200 = (1 + 0,015) \cdot 1\,200 = 1,015 \cdot 1\,200 = 1\,218$$

O valor a ser resgatado será de: $\frac{100}{100} + \frac{1,5}{100} = \frac{101,5}{100} = 101,5\%$ do valor aplicado, isto é, será a quantia de: $\frac{101,5}{100} = 1,015$ = 101,5% dos R$ 1 200,00 que corresponde a: $1,015 \cdot 1\,200 = 1\,218$.

De forma geral, para se calcular o valor reajustado de uma quantia em que há acréscimo, pode-se utilizar a expressão:

Valor Reajustado = Valor Inicial × (1 + Percentual de Acréscimo em Decimal)

Lembre-se: em situações de desconto, o percentual é retirado do valor inicial de modo que o valor reajustado é menor. Quando o caso relaciona situações de acréscimo, o percentual é adicionado ao valor inicial de maneira que o valor reajustado será maior.

Aplicando o conhecimento

Esta seção contém itens para você responder. Leia-os com atenção para entender bem as informações apresentadas. Cada item possui um comando que você deve responder. São apresentadas cinco alternativas, em que apenas uma possui a resposta correta. Então, pense e execute a melhor estratégia pessoal para obter a resposta.

Vamos lá?!

Item 1. Um cartaz de promoção de uma loja informa que todos os produtos estão sendo vendidos com 50% de desconto.

De acordo com essa informação, é correto afirmar que

(A) todos os produtos estão sendo vendidos por $\frac{1}{5}$ do seu valor.

(B) o percentual de desconto corresponde a 0,05 do preço inicial.

(C) a porcentagem indicada pode ser escrita como $\frac{1}{2}$.

(D) houve acréscimo no valor de todos os produtos da loja.

(E) os clientes pagarão o dobro por cada produto que comprarem.

Item 2. Anualmente, para os contribuintes pagarem o IPTU de sua residência, as prefeituras costumam oferecer desconto no valor total do imposto visando incentivar que o pagamento seja realizado em parcela única. Referente ao IPTU 2025, a prefeitura de Belo Horizonte/MG ofereceu 10% de desconto para os contribuintes que realizassem o pagamento em cota única até o dia 20 de dezembro de 2024.

Assim, um contribuinte cujo IPTU é R$ 1 100,00 e que aceitou essa oferta, teve desconto de

(A) R$ 10,00.

(B) R$ 110,00.

(C) R$ 990,00.

(D) R$ 1 100,00.

(E) R$ 1 210,00.

Item 3. Considere a oferta de desconto para pagamento do IPTU dos contribuintes de Belo Horizonte/MG em cota única, apresentada no item anterior. Ao assumir essa condição, seria dado 10% de desconto no valor total desse imposto, se o pagamento fosse feito até o dia 20 de dezembro de 2024.

Nessa condição, um contribuinte cujo IPTU é R$ 1 100,00 e que aceitou a proposta da prefeitura, pagou

(A) R$ 10,00.

(B) R$ 110,00.

(C) R$ 990,00.

(D) R$ 1 100,00.

(E) R$ 1 210,00.

Item 4. Em 2025, o IPTU no município de de Belo Horizonte/MG sofreu um reajuste de cerca de 5% de aumento.

Então, após esse reajuste, um IPTU que era de R$ 1 100,00 ficou no valor de

(A) R$ 55,00.

(B) R$ 990,00.

(C) R$ 1 045,00.

(D) R$ 1 155,00.

(E) R$ 1 210,00.

Aula 24

Nesta aula, continuaremos o processo de desenvolvimento da habilidade de **determinar um valor reajustado de uma quantia a partir de seu valor inicial e do percentual de reajuste**, trazendo atividades práticas de aplicação em contextos do nosso cotidiano.

Para isso, os itens a seguir serão respondidos em grupos, para que você compartilhe estratégias de resolução com seus colegas. Em seguida, a correção será coletiva para que, juntos, discutam as respostas. Assim, você entenderá o porquê de cada resposta estar certa ou não. Para isso, fique atento às dicas:

1. leia cada item com atenção;
2. destaque ou esquematize as informações que você julgue mais importantes no enunciado dos itens;
3. analise os dados fornecidos por cada enunciado e, em caso de dúvidas, conte com o apoio dos colegas e do professor.

Vamos juntos avançar nesta jornada e continuar aprendendo mais!

Item 5. O salário mínimo no Brasil, no ano de 2024, era de R$ 1 412,00. Em 2025, passou a ser de R$ 1 518,00.

Assim, a variação ocorrida no valor do salário mínimo de 2024 para 2025 foi

(A) um acréscimo de 7,5%.

(B) um desconto de 7,5%.

(C) um acréscimo de 107,5%.

(D) um desconto de 107,5%.

(E) um acréscimo de 0,075%.

Item 6. Algumas pizzarias oferecem cartão fidelidade aos seus clientes em que, na compra de cada pizza grande eles marcam 1 ponto e, ao totalizarem 10 pontos, têm desconto de 12% na próxima encomenda de pizza. Breno já conseguiu os 10 pontos em uma pizzaria que tem esse sistema e irá comprar uma pizza grande que custa R$ 48,00.

Se utilizar o cartão fidelidade, Breno pagará por essa pizza grande

(A) R$ 36,00.

(B) R$ 42,24.

(C) R$ 47,43.

(D) R$ 53,76.

(E) R$ 57,60.

Item 7. Ana Teresa aplicou um capital de R$ 7 000, 00 pelo período de 1 mês. A taxa de juros para esta aplicação foi de 1,4% ao mês.

Dessa forma, o montante que Ana Teresa resgatou ao final desse mês foi de

(A) R$ 7 980,00.

(B) R$ 7 098,00.

(C) R$ 6 902,00

(D) R$ 6 020,00

(E) R$ 9 800,00.

Item 8. Ao fazer um orçamento para a aquisição de um novo monitor, Pedro recebeu as seguintes propostas da vendedora: R$ 700,00 à vista; 3 vezes de R$ 250,00 ou 4 vezes de R$ 195,00.

A diferença entre os percentuais de acréscimo para pagamento em 3 ou 4 vezes é de

(A) 4,3%.

(B) 7,1%.

(C) 10,7%.

(D) 11,4%.

(E) 18,5%.

Item 9. Um carro custa R$ 65.000,00 à vista, mas pode ser adquirido de forma parcelada. Em uma das opções de parcelamento, o valor total pago pelo carro será cerca de 48% maior do que o valor à vista.

Assim, o comprador pagará, aproximadamente

(A) R$ 31 200,00.

(B) R$ 33 800,00.

(C) R$ 61 880,00.

(D) R$ 68 120,00.

(E) R$ 96 200,00.

Item 10. Para quitar o financiamento da sua casa, Henrique resolveu antecipar algumas prestações. Ele sabe que, ao realizar amortização antecipada, ou seja, ao pagar as últimas parcelas do financiamento, o desconto é maior, já que essas parcelas possuem juros mais altos por estarem previstas para vencimento mais distante.

Henrique fez uma simulação no aplicativo do banco e verificou que a dívida total de R$ 78.500,00 teria um desconto de 13,5% se ele efetuasse o pagamento de forma antecipada.

(A) R$ 89 097,50.

(B) R$ 79 559,75.

(C) R$ 77 440,25.

(D) R$ 67 902,50.

(E) R$ 10 597,50.

Anotações

Extrapolando o conhecimento

A finalidade desta seção é ampliar os seus conhecimentos sobre o que foi estudado. Você retomou até aqui alguns importantes conceitos e cálculos relacionados à Matemática Financeira, principalmente, a determinação do valor reajustado de uma quantia a partir de seu valor inicial e do percentual de reajuste. Para isso, analisou e resolveu problemas que envolviam descontos e acréscimos ao qual foi necessário calcular diversas porcentagens.

O conceito de juros é necessário para a resolução de diversas situações quando se estuda Matemática Financeira e se associa diretamente ao conceito de capital, de taxa de juros e prazo. É importante compreender juros como sendo o valor que se paga pelo uso do dinheiro durante certo prazo e que, dentre os sistemas de juros, existem os juros simples e os juros compostos. Os juros compostos são aqueles que, de fato, são aplicados nas transações bancárias realizadas pelas instituições financeiras e que, popularmente, são chamados de juros sobre juros.

Ao aplicar certa quantia em um banco, o rendimento acontece no sistema de juros compostos. Isso significa que o valor inicial em cada mês corresponde ao montante (valor inicial somado ao rendimento) do mês anterior até o final do prazo. Por exemplo, considere que alguém faça uma aplicação de R$ 3 000,00 por um período de 5 meses. Sabendo que a taxa de juros compostos é de 1,4% ao mês, preencha os espaços vazios no quadro abaixo.

PRAZO	CAPITAL INICIAL	JUROS	MONTANTE
1º mês	R$ 3 000,00	1,4% de R$ 3 000,00 = R$ 42,00	R$ 3 042,00
2º mês	R$ 3 042,00	1,4% de R$ 3 042,00 = R$ 42,59	R$ 3 084,59
3º mês	R$ 3 084,59		
4º mês			
5º mês			

Ao final, responda:

Qual o valor total de juros obtidos nessa aplicação?

Qual o valor do montante ao final dos 5 meses?

Existe uma expressão algébrica que permite calcular o valor do montante de aplicações em regime de juros compostos, diretamente, quando se conhece o capital, a taxa de juros e o prazo da transação financeira: $M = C \cdot (1 + i)^t$, onde *M* é o montante, *C* é o capital, i é a taxa de juros e t é o prazo. Agora, para finalizar, utilize esta expressão para conferir o valor do montante que você encontrou fazendo o cálculo do rendimento mês a mês e registrando tudo no quadro acima.

$$\text{M} = 3\,000 \cdot (1 + 0{,}014)^5 = 3\,000 \cdot (1{,}014)^5 = 3\,000 \cdot 1{,}072$$

Observe que os valores dos montantes não são iguais, mas são bem próximos. Isso acontece pois 1,4% = 0,014 multiplicado por um número da casa do milhar, ao aproximar para duas casas decimais dará um número mais preciso do que elevar 1,014 a quinta potência e aproximar o resultado para três casas decimais para então multiplicar por um número da casa do milhar. No entanto, se você utilizar uma calculadora para realizar este cálculo sem aproximações, chegará no montante exato M = 3 215,9629, que é bem próximo do montante encontrado pelo primeiro modo.

Sistematizando e avaliando o conhecimento

Ao desenvolver as atividades destas aulas, você teve a oportunidade de relembrar, consolidar e aplicar conhecimentos essenciais para ampliar a seus conhecimentos sobre importantes conceitos e cálculos relacionados à Matemática Financeira, principalmente, a determinação do valor reajustado de uma quantia a partir de seu valor inicial e do percentual de reajuste, de modo que você tenha uma compreensão satisfatória sobre esse objeto de conhecimento. Vamos anotar isso?

Atividade		Preciso aprender um pouco mais? Exemplos.
Compreendo que o percentual de certa quantia é uma fração de 100?	( ) Completamente. ( ) Parcialmente. ( ) Não.	( ) Dando mais atenção ao enunciado. ( ) Estudando mais sobre este tópico. ( ) De outra forma: _______________
Reconheço as relações entre a escrita de percentuais em forma de fração e de decimal?	( ) Completamente. ( ) Parcialmente. ( ) Não.	( ) Dando mais atenção ao enunciado. ( ) Estudando mais sobre este tópico. ( ) De outra forma: _______________
Sou capaz de calcular um percentual de qualquer quantia?	( ) Completamente. ( ) Parcialmente. ( ) Não.	( ) Dando mais atenção ao enunciado. ( ) Estudando mais sobre este tópico. ( ) De outra forma: _______________
Reconheço quando um problema relaciona contextos de desconto ou acréscimo?	( ) Completamente. ( ) Parcialmente. ( ) Não.	( ) Dando mais atenção ao enunciado. ( ) Estudando mais sobre este tópico. ( ) De outra forma: _______________
Consigo resolver problemas que envolvem contextos de desconto ou acréscimo?	( ) Completamente. ( ) Parcialmente. ( ) Não.	( ) Dando mais atenção ao enunciado. ( ) Estudando mais sobre este tópico. ( ) De outra forma: _______________

Parabéns pelo seu empenho e dedicação! Continue assim e bons estudos!

Anotações

Aulas

25 e 26 Máximo e mínimo de uma função quadrática

Aula 25

Olá, Estudante!

As **aulas 25 e 26** fazem parte de uma jornada do conhecimento sobre o **reconhecimento do valor máximo de uma função quadrática representada graficamente e, em um gráfico, do intervalo no qual a função assume valor máximo.** Saber resolver problemas que relacionam o valor máximo/mínimo de uma função quadrática é muito importante, pois é conhecimento prévio necessário ao entendimento destas aulas, de aulas futuras e do nosso cotidiano, pois este é recurso que pode ser utilizado em diversas situações, principalmente as que envolvem contextos que podem ser representados através de uma função desse tipo. Vamos explorar essa habilidade juntos e descobrir como aplicá-la em diversas situações!

Preparados para começar esta jornada de aprendizagens e mudar de nível de conhecimento?

Ao término destas aulas, espera-se que você seja capaz de **reconhecer o valor máximo de uma função quadrática representada graficamente e, em um gráfico, o intervalo no qual a função assume valor máximo**, além de abordar o desenvolvimento de habilidades que dizem respeito ao reconhecimento do zero de uma função dada graficamente.

Conectando-se com o conhecimento

Para começarmos estas aulas, você e seus colegas responderão algumas perguntas ao professor sobre o que já sabem sobre alguns importantes aspectos da função quadrática em particular aqueles que se relacionam ao máximo/mínimo desse tipo de função. Isso ajudará o professor a entender melhor o que você já conhece e permitirá que ele te apoie de forma mais eficaz no que será estudado a seguir.

Vamos começar nossa investigação respondendo a algumas perguntas:

1. Você reconhece uma função quadrática a partir da expressão algébrica? Qual é a expressão algébrica geral para uma função desse tipo?
2. Qual é o formato do gráfico de uma função quadrática?
3. Como identificar se a concavidade do gráfico de uma função quadrática é para cima ou para baixo?

Explorando e avançando no conhecimento

É denominada quadrática, toda função $f : R \rightarrow R$, que pode ser escrita no formato geral de $f(x) = ax^2 + bx + c$, em que a $\in R$, $a \neq 0$, $b \in R$ e $c \in R$. Como exemplos desse tipo de função, pode-se apresentar: $f(x) = 2x^2 + 8x + 24$, $f(x) = x^2 - 9x$ e $f(x) = -x^2 + 100$.

Como todo tipo de função, além da expressão algébrica, é possível representar uma função quadrática através de um gráfico. Para a construção do gráfico, podemos recorrer à marcação, no plano cartesiano, de pontos que pertencem a esta função. Assim, para a função $f(x) = x^2 + 4x$, temos que:

- Para $x = -4$:

$$f(-4) = (-4)^2 + 4 \cdot (-4) = 16 - 16 \Rightarrow f(-4) = 0$$

- Para $x = -2$:

$$f(-2) = (-2)^2 + 4 \cdot (-2) = 4 - 8 \Rightarrow f(-2) = -4$$

- Para $x = -1$:

$$f(-1) = (-1)^2 + 4 \cdot (-1) = 1 - 4 \Rightarrow f(-1) = -3$$

- Para $x = 0$:

$$f(0) = (0)^2 + 4 \cdot (0) = 0 + 0 \Rightarrow f(0) = 0$$

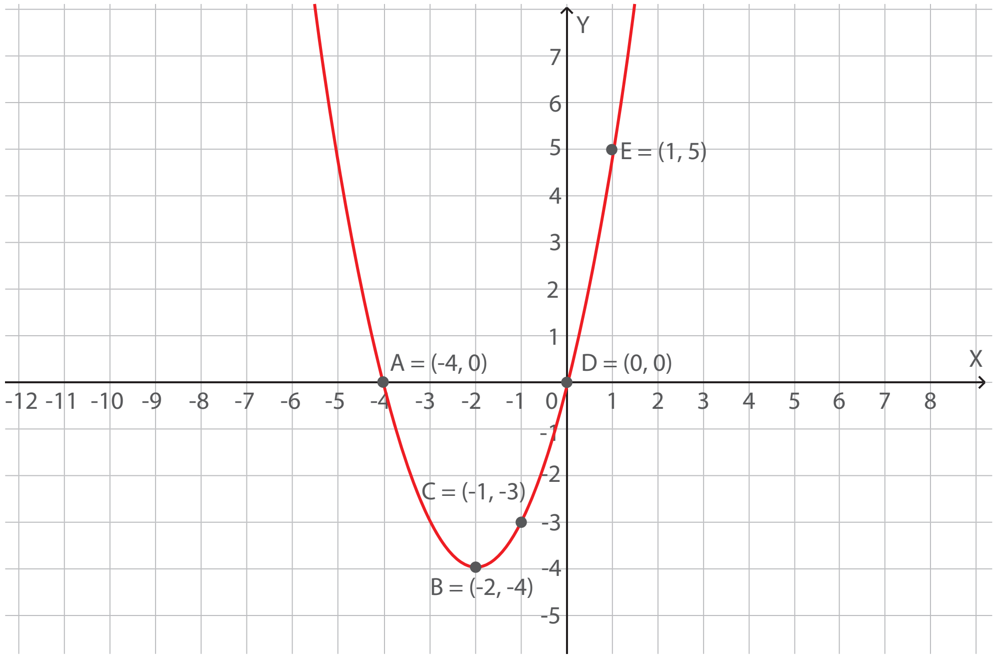
- Para $x = 1$:

$$f(1) = (1)^2 + 4 \cdot (1) = 1 + 4 \Rightarrow f(1) = 5$$

Resumidamente, podemos escrever:

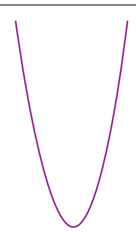
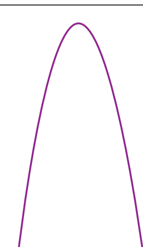
x	y	(x, y)	Ponto
−4	0	(−4, 0)	**A**
−2	−4	(−2, −4)	**B**
−1	−3	(−1, −3)	**C**
0	0	(0, 0)	**D**
1	5	(1, 5)	**E**

Ao representarmos esses pontos no plano cartesiano, obtemos:



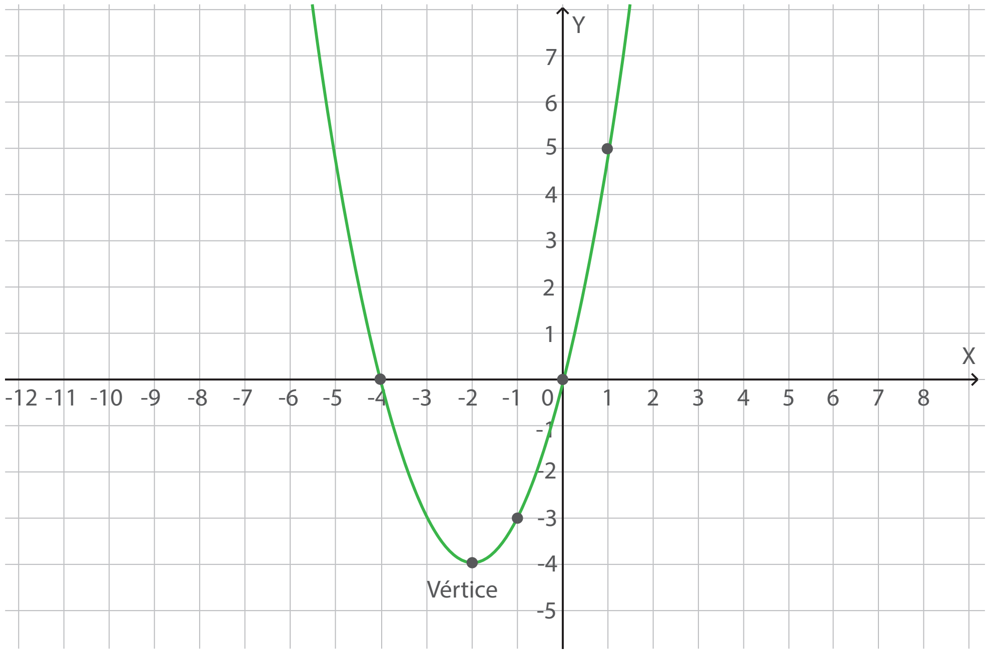
Fonte: elaborado pela equipe pedagógica para uso exclusivo deste material.

A representação gráfica de uma função quadrática é uma curva aberta chamada de **parábola**. No caso da parábola da função $f(x) = x^2 + 4x$, a concavidade está voltada para cima. Uma maneira prática e direta para saber se a concavidade da parábola é para cima ou para baixo é observando o valor do coeficiente de x^2, ou seja, observando o valor de $\boldsymbol{a}$ na expressão algébrica da função.

$a > 0 \Rightarrow$ **concavidade para cima**	$a < 0 \Rightarrow$ **concavidade para baixo**
	

Fonte: elaborado pela equipe pedagógica para uso exclusivo deste material.

Observe, também, que a função do exemplo está definida para valores de imagem maiores ou iguais a —4, ou seja, $\mathrm{Im} = \{y \in R \ / \ y \geq -4\}$. Isso significa dizer que, para todos os valores do domínio, ou seja, para todos os valores de x, as imagens correspondentes assumem valores maiores ou iguais a —4. Essa informação revela que a função tem um valor que é o menor valor que a função assume. Chamaremos esse valor de **mínimo da função**. Assim, concluímos que a função $f(x) = x^2 + 4x$ tem valor mínimo igual a —4. Além disso, o ponto cuja imagem é igual a esse valor mínimo é chamado de vértice dessa função quadrática que, nesse exemplo, é o ponto de coordenadas **(—2, —4)**. Observe as indicações no gráfico que segue.



Fonte: elaborado pela equipe pedagógica para uso exclusivo deste material.

Para determinar as coordenadas do vértice de uma parábola, a partir da expressão algébrica da função quadrática, pode-se considerar: $V = (x_v, y_v) = \left(-\dfrac{b}{2a}, -\dfrac{\Delta}{4a}\right)$.

Também na figura, é possível notar que o gráfico intercepta o eixo das abscissas duas vezes, nos pontos **(—4, 0)** e **(0, 0)**. Esses pontos têm as ordenadas nulas e, por isso, ficam situados no eixo horizontal. As abscissas desses pontos são os zeros dessa função, ou seja, são os valores de x cujos valores de y correspondentes são iguais a zero. Dizemos, então, que a função quadrática $f(x) = x^2 + 4x$ tem dois zeros: —4 e 0.

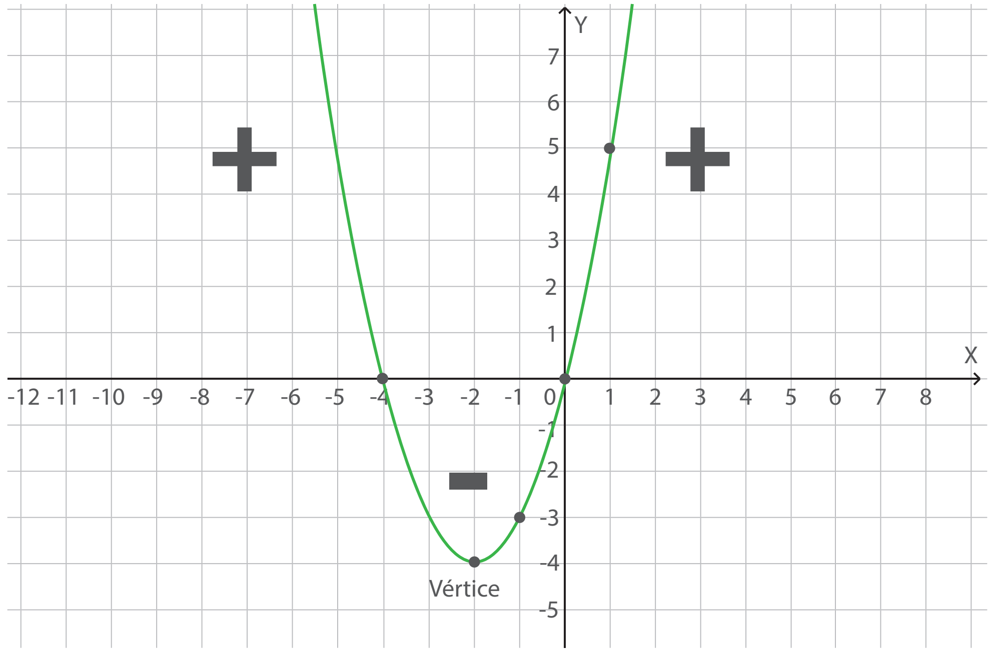
Perceba que, nesta função, a parte da parábola obtida pela ligação dos pontos em que os valores de x estão entre —4 e 0, ou seja, estão no intervalo: $I = \{x \in R \ / \ -4 < x < 0\}$, fica situada na parte negativa do eixo y. Em outras palavras, para todos os valores de x maiores do que —4 (à direita de —4) e menores do que 0 (à esquerda do 0), a função (*f(x)* = *y*) assume valor negativo.

Por outro lado, para pontos em que os valores de x são menores do que —4, ou seja, ficam à esquerda de —4, os valores de y são positivos. E, ainda, para pontos cujos valores de x são maiores do que 0 e, por isso, ficam à direita de 0, os valores de y também são positivos.

Matematicamente, essas sentenças podem ser escritas da seguinte forma: para todos os pontos que pertencem à parábola, ocorre que:

- ☑ $\{\forall\, x \in R / -4 < x < 0\} \Rightarrow f(x) < 0.$
- ☑ $\{\forall\, x \in R / x < -4\} \Rightarrow f(x) > 0.$
- ☑ $\{\forall\, x \in R / x > 0\} \Rightarrow f(x) > 0.$

É possível indicar essas afirmações no próprio gráfico:



Fonte: elaborado pela equipe pedagógica para uso exclusivo deste material.

Além da análise já realizada, o vértice também informa os trechos em que a função é crescente ou decrescente. Para o exemplo que estamos estudando, $f(x) = x^2 + 4x$, cujo vértice é o ponto **(−2, −4)** e a concavidade da parábola está para cima, temos que o trecho à esquerda do vértice é decrescente e o trecho localizado à direita do vértice é crescente. Matematicamente, indicamos:

- ☑ $\{\forall\ x \in R / x < -2\} \Rightarrow$ a função é decrescente.
- ☑ $\{\forall\ x \in R / x > -2\} \Rightarrow$ a função é crescente.

Aplicando o conhecimento

Estudante, esta seção contém itens para você responder. Leia-os com atenção para entender bem as informações apresentadas. Cada item possui um comando que você deve responder. São apresentadas cinco alternativas, em que apenas uma possui a resposta correta. Então, pense e execute a melhor estratégia pessoal para obter a resposta.

Vamos lá?!

Item 1. Considere a função f, $f : R \to R$, tal que $f(x) = -x^2$.

A respeito do gráfico de f, é correto afirmar que

(A) é uma curva fechada.

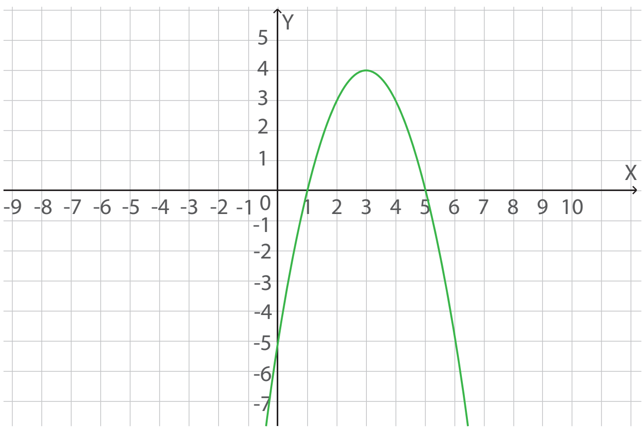
(B) é uma parábola.

(C) tem concavidade para cima.

(D) intercepta o eixo x duas vezes.

(E) tem valor mínimo.

Item 2. O gráfico apresentado no plano cartesiano a seguir é a representação de uma função quadrática.



Fonte: elaborado pela equipe pedagógica para uso exclusivo deste material.

O ponto em que essa função atinge o seu máximo é

(A) (2, 3).

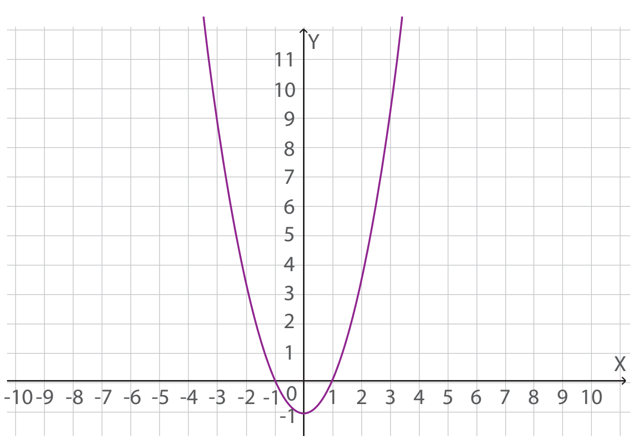
(B) (1, 0).

(C) (5, 0).

(D) (4, 3).

(E) (3, 4).

Item 3. Considere a função $f : R \to R$ cuja expressão algébrica é $f(x) = x^2 - 1$. O gráfico dessa função está apresentado a seguir.



Fonte: elaborado pela equipe pedagógica para uso exclusivo deste material.

O intervalo em que a função é negativa é

(A) $\{\forall\, x \in R \,/\, x > 1\}$.

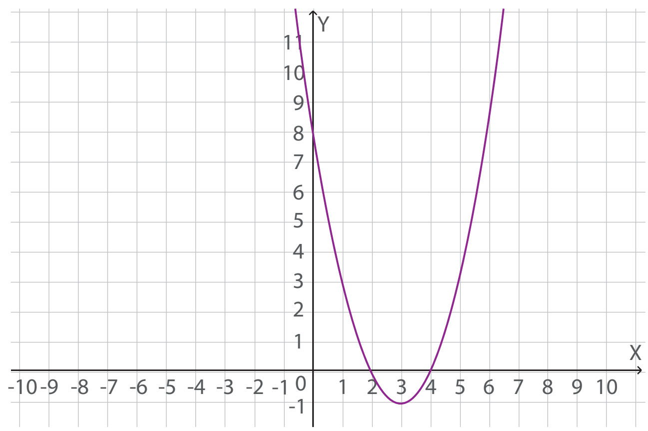
(B) $\{\forall\, x \in R \,/\, x < -1 \; e \; x > 1\}$.

(C) $\{\forall\, x \in R \,/ -1 < x < 1\}$.

(D) $\{\forall\, x \in R \,/\, x > 0\}$.

(E) $\{\forall\, x \in R \,/\, x < -1\}$.

Item 4. O plano cartesiano a seguir mostra a representação gráfica de uma função quadrática, que possui dois zeros reais e distintos.



Fonte: elaborado pela equipe pedagógica para uso exclusivo deste material.

Os zeros dessa função são

(A) 2 e 4.

(B) 2 e 8.

(C) 4 e 8.

(D) 3 e −1.

(E) 6 e 8.

Aula 26

Nesta aula, continuaremos o processo de desenvolvimento das habilidades de reconhecer do valor máximo de uma função quadrática representada graficamente e reconhecer, em um gráfico, do intervalo no qual a função assume valor máximo, trazendo atividades práticas de aplicação em contextos do nosso cotidiano.

Para isso, os itens a seguir serão respondidos em grupos, para que você compartilhe estratégias de resolução com seus colegas. Em seguida, a correção será coletiva para que, juntos, discutam as respostas. Assim, você entenderá o porquê de cada resposta estar certa ou não. Para isso, fique atento às dicas:

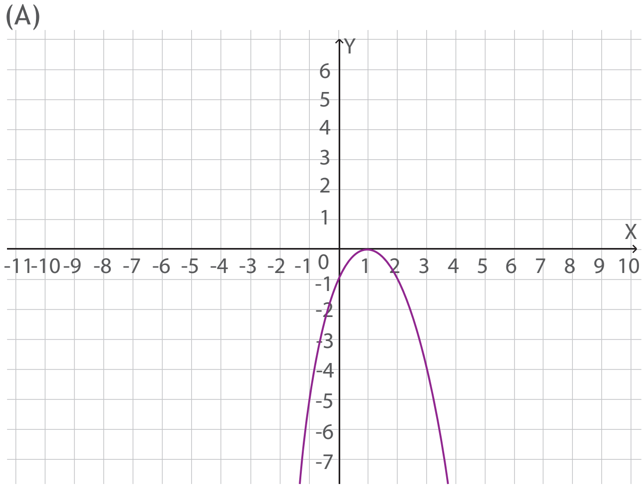
- ☑ leia cada item com atenção;
- ☑ destaque ou esquematize as informações que você julgue mais importantes no enunciado dos itens;
- ☑ analise os dados fornecidos por cada enunciado e, em caso de dúvidas, conte com o apoio dos colegas e do professor.

Vamos juntos avançar nesta jornada e continuar aprendendo mais sobre a função quadrática!

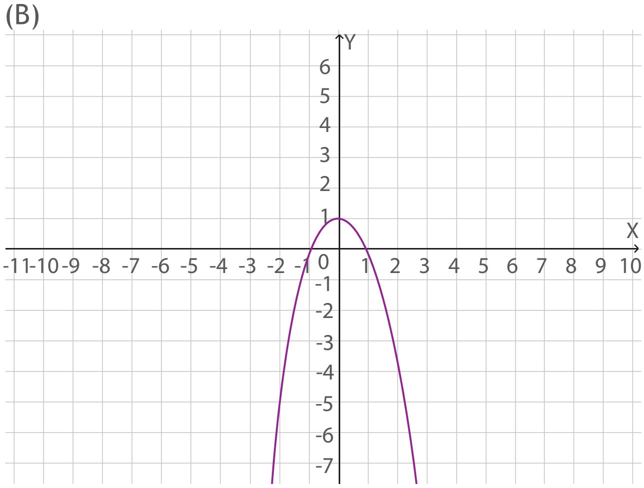
Item 5. Em uma função quadrática, o vértice é um importante ponto da parábola, capaz de informar detalhes sobre os intervalos de crescimento da função.

Dentre os gráficos a seguir, o único que representa uma função que é crescente apenas para valores em que $x > 1$ é:

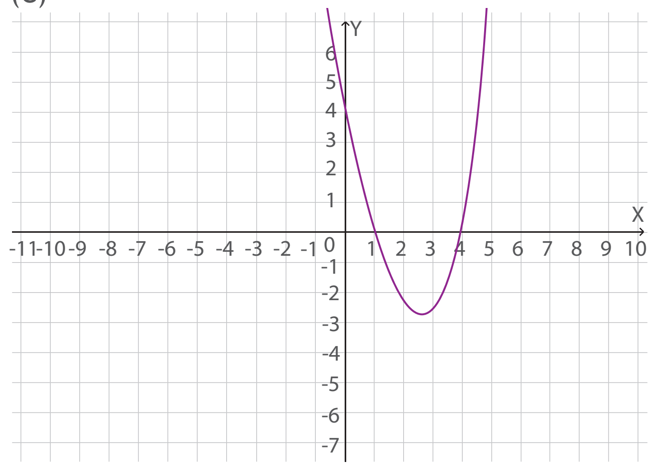
(A)



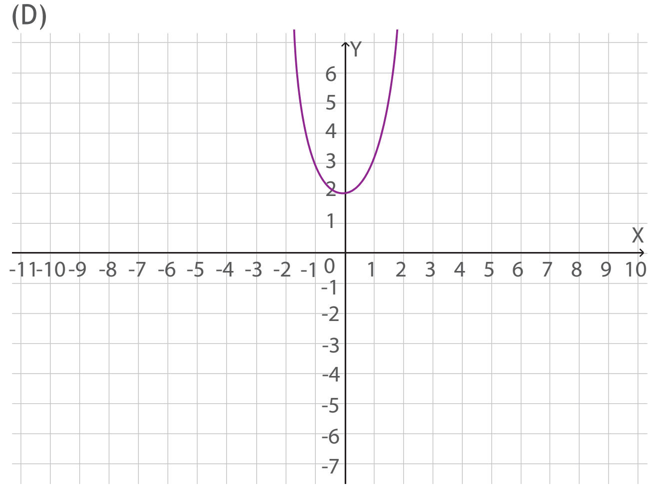
(B)



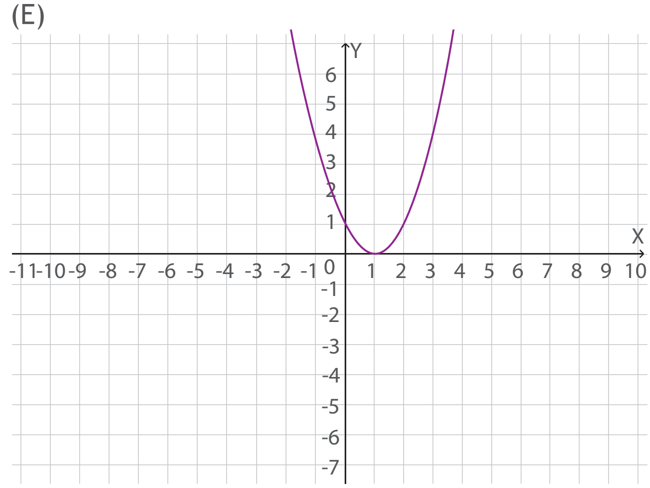
(C)



(D)

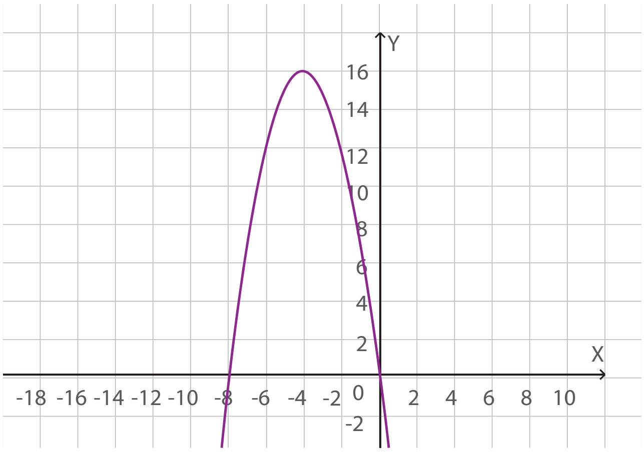


(E)



Fonte: elaborados pela equipe pedagógica para uso exclusivo deste material.

Item 6. Uma função quadrática está sendo representada graficamente no plano cartesiano a seguir.



Fonte: elaborado pela equipe pedagógica para uso exclusivo deste material.

De acordo com os dados apresentados no gráfico, o intervalo em que a função assume apenas valores positivos é

(A) $\{\forall\ x \in R / x < -8\}$

(B) $\{\forall\ x \in R / x > -8\}$

(C) $\{\forall\ x \in R / 0 < x < 16\}$

(D) $\{\forall\ x \in R / -8 < x < 0\}$

(E) $\{\forall\ x \in R / x < 16\}$

Item 7. Suponha que, em uma empresa a receita (R), que é o total bruto recebido pelas vendas, pode ser calculada de acordo com a função: $R(q) = 200q - q^2$, em que q representa a quantidade de unidades vendidas. Uma análise da função receita permite a tomada de decisões para otimizar o lucro da empresa, considerando que a receita máxima será alcançada na venda de 100 produtos.

Assim, a receita máxima terá o valor de

(A) R$ 30 000,00.

(B) R$ 20 000,00.

(C) R$ 10 000,00

(D) R$ 200,00

(E) R$ 100,00.

Item 8. Um jogador de futebol fez um gol por cobertura ao chutar a bola de maneira tal que ela seguiu uma trajetória parabólica de acordo com a função $y = -x^2 + 6x - 5$.

A altura máxima, em metros, que a bola alcançou foi de

(A) 1.

(B) 3.

(C) 4.

(D) 5.

(E) 6.

Item 9. O lucro $L(x)$, em reais, de uma empresa é dado por $L(x) = -x^2 + 70x - 1\,000$, sendo x o número de unidades vendidas.

Assim, a quantidade de unidades vendidas para se obter o lucro máximo é de

(A) 225.

(B) 70.

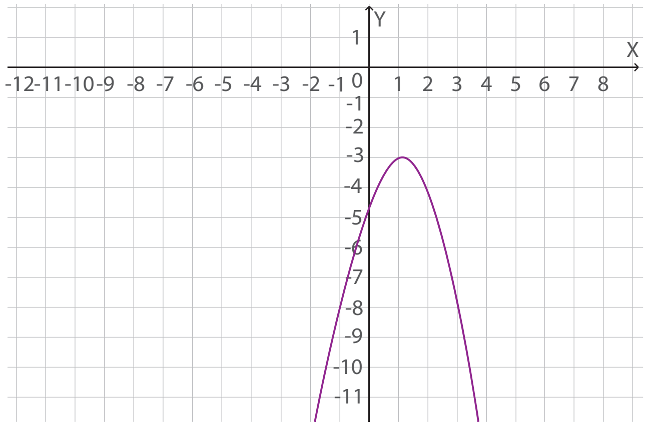
(C) 50.

(D) 35.

(E) 20.

Anotações

Item 10. A função quadrática $f(x) = -x^2 + 2x - 4$ está representada graficamente a seguir.



Fonte: elaborado pela equipe pedagógica para uso exclusivo deste material.

O gráfico mostra que a função é negativa

(A) apenas no intervalo $\{\forall\, x \in R / x < 1\}$.

(B) apenas no intervalo $\{\forall\, x \in R / x > 1\}$.

(C) no intervalo $\{\forall\, x \in R / x < -3\}$.

(D) no intervalo $\{\forall\, x \in R / x < -4\}$.

(E) $\forall\, x \in R$.

Extrapolando o conhecimento

A finalidade desta seção da aula é ampliar os seus conhecimentos sobre o que foi estudado. Você retomou até aqui alguns importantes conceitos e cálculos relacionados à função quadrática, principalmente, sobre estudo de valor máximo/mínimo desse tipo de função. Para isso, analisou e resolveu problemas que contemplam a função quadrática ao qual foi necessário realizar diversas análises, tanto de suas representações algébricas quanto gráficas. Para além do que já foi estudado, vamos acrescentar um conceito associado a esse tipo de função.

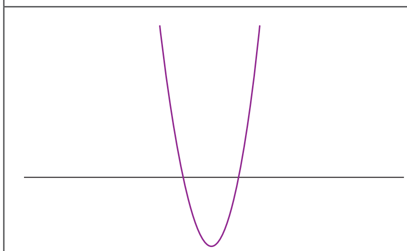
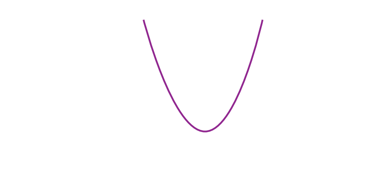
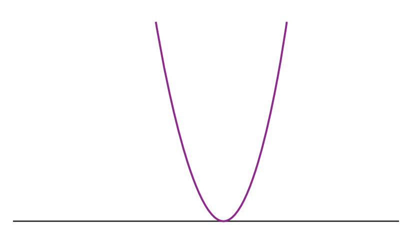
Um importante elemento da função quadrática é o discriminante (Δ). Ele informa se a parábola intercepta ou não o eixo das abscissas, já que a partir dele determinamos as raízes da equação (zeros da função). Assim, temos que:

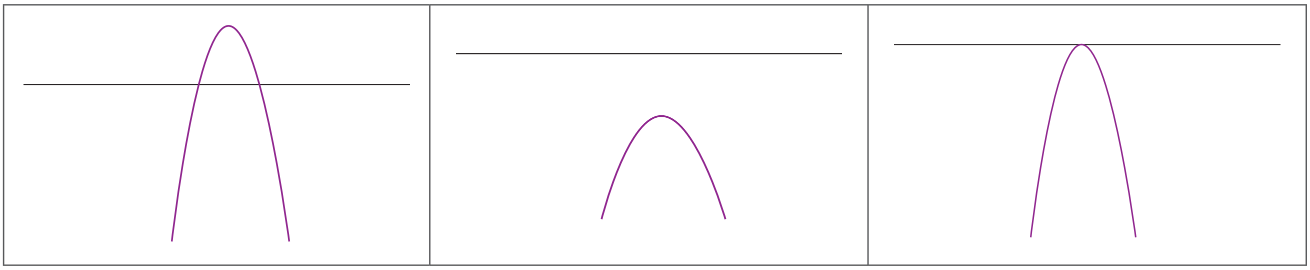
$\Delta > 0 \Rightarrow$ a função tem dois zeros reais e distintos $\Rightarrow$ a parábola intercepta o eixo das abscissas em dois pontos diferentes.

$\Delta < 0 \Rightarrow$ a função não tem zeros reais $\Rightarrow$ a parábola não intercepta o eixo das abscissas, fica completamente acima ou abaixo dele.

$\Delta = 0 \Rightarrow$ a função tem dois zeros reais e iguais $\Rightarrow$ a parábola não intercepta o eixo das abscissas, apenas toca nele em um único ponto.

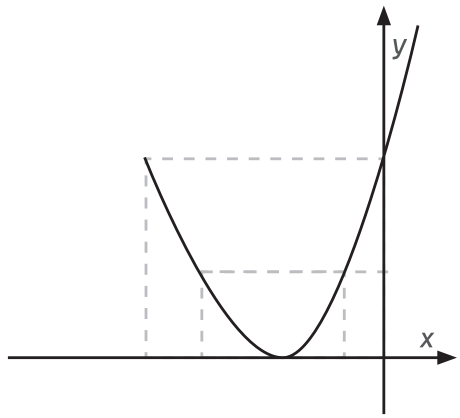
Resumidamente,

$\Delta > 0$	$\Delta < 0$	$\Delta = 0$
		



Fonte: elaborado pela equipe pedagógica para uso exclusivo deste material.

A partir dessas informações, resolva o problema: o gráfico a seguir é a representação da função quadrática $y = x^2 + mx + (15 - m)$. Calcule os possíveis valores de m, analisando o gráfico.



Fonte: elaborado pela equipe pedagógica para uso exclusivo deste material.

Sistematizando e avaliando o conhecimento

Ao desenvolver as atividades destas aulas, você teve a oportunidade de relembrar, consolidar e aplicar conhecimentos essenciais para ampliar a seus conhecimentos sobre importantes conceitos e cálculos relacionados à função quadrática, principalmente, ao estudo de valor máximo/mínimo desse tipo de função, de modo que você tenha uma compreensão satisfatória sobre esse objeto de conhecimento. Vamos anotar isso?

Atividade		Como posso melhorar?
Reconheço uma função quadrática através da sua representação algébrica?	( ) Completamente. ( ) Parcialmente. ( ) Não.	( ) Dando mais atenção ao enunciado. ( ) Estudando mais sobre este tópico. ( ) De outra forma:
Reconheço uma função quadrática através da sua representação gráfica?	( ) Completamente. ( ) Parcialmente. ( ) Não.	( ) Dando mais atenção ao enunciado. ( ) Estudando mais sobre este tópico. ( ) De outra forma:
Identifico elementos do gráfico de uma função quadrática, como a concavidade, o vértice e os zeros da função?	( ) Completamente. ( ) Parcialmente. ( ) Não.	( ) Dando mais atenção ao enunciado. ( ) Estudando mais sobre este tópico. ( ) De outra forma:
Reconheço quando o gráfico de uma função quadrática tem concavidade para cima ou para baixo, observando sua expressão algébrica?	( ) Completamente. ( ) Parcialmente. ( ) Não.	( ) Dando mais atenção ao enunciado. ( ) Estudando mais sobre este tópico. ( ) De outra forma:
Sou capaz de calcular as coordenadas do vértice de uma parábola?	( ) Completamente. ( ) Parcialmente. ( ) Não.	( ) Dando mais atenção ao enunciado. ( ) Estudando mais sobre este tópico. ( ) De outra forma:
Compreendo o significado do vértice de uma parábola?	( ) Completamente. ( ) Parcialmente. ( ) Não.	( ) Dando mais atenção ao enunciado. ( ) Estudando mais sobre este tópico. ( ) De outra forma:
Identifico quando uma parábola tem valor máximo ou mínimo?	( ) Completamente. ( ) Parcialmente. ( ) Não.	( ) Dando mais atenção ao enunciado. ( ) Estudando mais sobre este tópico. ( ) De outra forma:
Reconheço o intervalo em que a função é positiva ou negativa?	( ) Completamente. ( ) Parcialmente. ( ) Não.	( ) Dando mais atenção ao enunciado. ( ) Estudando mais sobre este tópico. ( ) De outra forma:
Resolvo problemas envolvendo máximo e mínimo de uma função quadrática?	( ) Completamente. ( ) Parcialmente. ( ) Não.	( ) Dando mais atenção ao enunciado. ( ) Estudando mais sobre este tópico. ( ) De outra forma:

Parabéns pelo seu empenho e dedicação! Continue assim e bons estudos!

ANOTAÇÕES

Aulas

27 e 28 Resolução de problemas utilizando sistemas de equações

Aula 27

Olá, Estudante!

As **aulas 27 e 28** fazem parte de uma jornada do conhecimento sobre a d**eterminação da solução de um sistema de duas equações lineares**. Saber modelar e resolver problemas através de sistemas de equações é importante, pois é conhecimento prévio necessário ao entendimento destas aulas, de aulas futuras e do nosso cotidiano, pois este é recurso que pode ser utilizado em contextos variados, principalmente os que se tornam mais simples ao serem representados através de elementos algébricos como equações e sistemas. Vamos explorar essa habilidade juntos e descobrir como aplicá-la em diversas situações!

Preparados para começar esta jornada de aprendizagem e mudar de nível de conhecimento?

Ao término destas aulas, espera-se que você seja capaz de **determinar a solução de um sistema de duas equações lineares**, o que possibilitará o desenvolvimento de habilidades como a identificação do ponto de interseção de duas retas, o que contribui para o desenvolvimento do raciocínio lógico, da interpretação gráfica e da resolução de problemas.

Conectando-se com o conhecimento

Para começarmos estas aulas, você e seus colegas responderão algumas perguntas ao professor sobre o que já sabem sobre a resolução de um sistema de duas equações lineares. Isso ajudará o professor a entender melhor o que você já conhece e permitirá que ele te apoie de forma mais eficaz no que será estudado a seguir.

1. Você já se deparou com a utilização de equações para representar contextos que descrevem um problema?

2. Como seria a tradução para linguagem matemática do seguinte contexto: somando-se um número ao seu dobro, obtém-se 27? Qual é o número desconhecido?

3 E quanto aos sistemas de equações, você já viu a utilização deles para a resolução de problemas?

4 Que aspectos você lembra sobre a resolução de sistemas de equações?

Explorando e avançando no conhecimento

Álgebra é um importante eixo da Matemática que possibilita a generalização através de diferentes representações e linguagens. Uma marca registrada dessa parte da Matemática é o uso de símbolos que vão além dos números para traduzir situações de diversos contextos. Dentre os conceitos estudados na álgebra, as equações recebem destaque por possibilitarem esta representação e permitirem o uso de símbolos diversos para generalizar situações por meio de linguagem matemática.

Equações são sentenças constituídas de igualdade e, pelo menos, uma incógnita. As equações são utilizadas frequentemente na resolução de problemas. Uma equação é denominada de linear quando tem a forma geral $ax + by + cz + ... = d$, em que $a, b, c, ...$ são os coeficientes, $x, y, z, ...$ são as incógnitas e d é o termo independente da equação. Vejamos alguns exemplos de equações lineares:

$$5x = 30$$

$$x - 2y = 18$$

$$3x + y + 4z = 26$$

Note que a primeira equação tem apenas uma incógnita (x), a segunda é formada por 2 variáveis (x, y), enquanto a terceira apresenta 3 variáveis (x, y, z).

A solução de uma equação linear é o valor numérico da incógnita ou variável que torna a igualdade verdadeira. Para conferir se algum número é solução de uma equação, é possível substituir a incógnita ou variável por esse valor, realizar as operações indicadas e verificar se a igualdade foi confirmada. Por exemplo, vamos verificar se os números correspondem à solução das equações:

A) (2, 1, −3) para a equação $2x - y + z = 0$.

Substituindo os valores numéricos na equação:

$2x - y + z = 0 \Rightarrow 2 \cdot 2 - 1 + (-3) = 0 \Rightarrow 4 - 1 - 3 = 0 \rightarrow 4 - 4 = 0 \Rightarrow 0 = 0$

Os números geraram uma igualdade verdadeira, então correspondem a uma solução da equação.

B) (0, 0) para a equação $2x - 3y = 6$.

Substituindo os valores numéricos na equação:

$2x - 3y = 6 \Rightarrow 2 \cdot 0 - 3 \cdot 0 = 6 \Rightarrow 0 - 0 = 6 \rightarrow \Rightarrow 0 = 6$

Os cálculos mostraram que os números não geram uma igualdade verdadeira, portanto, não representam a solução da equação apresentada.

Há situações que envolvem mais de uma equação que podem ser resolvidas simultaneamente. Se estas equações se relacionam de modo que as incógnitas de uma delas desempenham o mesmo papel na outra, é possível formar um sistema de equações com essas sentenças. Um sistema de equações é um conjunto de equações que têm exatamente a mesma solução.

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z + \ldots = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z + \ldots = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z + \ldots = d_3 \\ \quad\quad\quad\quad\vdots \end{cases}$$

As reticências informam que cada equação pode ter mais termos do que os que estão explícitos e o sistema pode ter mais equações do que as que estão escritas na representação. Para estas aulas, destacaremos sistemas de duas equações lineares, como por exemplo:

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 5 \end{cases} \qquad\qquad \begin{cases} 3x + 2y = -5 \\ x - 2y = 13 \end{cases}$$

Todas as equações que compõem um sistema têm a mesma solução e para encontrá-las pode-se utilizar variados métodos. Um método comum é chamado de *método da substituição* que consiste em isolar uma incógnita em uma equação e substituir a sentença obtida na outra equação, finalizando com a realização das operações matemáticas para a descoberta dos valores numéricos das incógnitas. Vamos utilizar o método da substituição na resolução do sistema $\begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 5 \end{cases}$.

Isolando a incógnita x na 1ª equação: $x + y = 7 \Rightarrow x = 7 - y$

Substituindo essa sentença na 2ª equação:

$$x - y = 5 \Rightarrow 7 - y - y = 5 \Rightarrow -y - y = 5 - 7 \Rightarrow -2y = -2 \Rightarrow y = \frac{-2}{-2} \Rightarrow y = 1$$

Voltando à sentença obtida inicialmente e realizando a substituição do valor de y encontrado:

$$x = 7 - y \Rightarrow x = 7 - 1 \Rightarrow x = 6.$$

Logo, o par ordenado que é solução desse sistema de equações é (6, 1).

Outro método também bastante utilizado para solucionar um sistema de equações, chama-se ***método da adição***. Ele funciona quando ao serem somadas as equações do sistema o coeficiente de uma das incógnitas se torna nulo de modo que se encontra uma equação com apenas uma incógnita e que se pode solucionar com facilidade. Vamos solucionar o segundo exemplo utilizando esse método.

$$\begin{cases} 3x + 2y = -5 \\ x - 2y = 13 \end{cases}$$

Somando os termos semelhantes duas equações obtém-se:

$$(3x + x) + (2y - 2y) = (-5 + 13) \Rightarrow 4x = 8 \Rightarrow x = \frac{8}{4} \Rightarrow x = 2.$$

Substituindo o valor encontrado em uma das equações:

$$x - 2y = 13 \Rightarrow 2 - 2y = 13 \Rightarrow 2 - 13 = 2y \Rightarrow y = \frac{-11}{2}.$$

O par ordenado que é solução desse sistema de equações é $\left(2, \frac{-11}{2}\right)$.

Sistemas de equações também são utilizados para representar situações contextualizadas. Como exemplo, vamos começar transcrevendo para a linguagem matemática o seguinte problema: “A idade de um garoto é o dobro da idade de outro e a soma delas é 18 anos”. Essa situação fornece duas sentenças em que cada uma pode ser representada por uma equação. Vejamos:

- A idade de um garoto é o dobro da idade de outro: $x = 2y$.
- A soma delas é 18: $x + y = 18$.

Essas duas equações podem compor o seguinte sistema: $\begin{cases} x = 2y \\ x + y = 18 \end{cases}$. Como uma das incógnitas já está isolada, podemos fazer a substituição na outra equação, obtendo:

$$x + y = 18 \Rightarrow 2y + y = 18 \Rightarrow 3y = 18 \Rightarrow y = \frac{18}{3} \Rightarrow y = 6.$$

Voltando à sentença inicial: $x = 2y \Rightarrow x = 2 \cdot 6 \Rightarrow x = 12$.

Com esses resultados, conclui-se que os garotos têm 6 e 12 anos.

Aplicando o conhecimento

Estudante, esta seção contém itens para você responder. Leia-os com atenção para entender bem as informações apresentadas. Cada item possui um comando que você deve responder. São apresentadas cinco alternativas, em que apenas uma possui a resposta correta. Então, pense e execute a melhor estratégia pessoal para obter a resposta.

Vamos lá?!

Item 1. Sistemas de equações lineares são conjuntos de equações lineares que têm a mesma solução, são resolvidas simultaneamente e representam o mesmo contexto.

A única sentença que apresenta um sistema de duas equações lineares com duas variáveis é:

(A) $7\,(y + 1) + 6x = 10 + 2\,(-3y - 4)$

(B) $x^2 - 5x + 6 = 0$

(C) $\begin{cases} 2^{x+1} + 3^{2x} = 1 \\ 2^{3x} + 3^{x-1} = 1 \end{cases}$

(D) $\begin{cases} 3x - y = 6 \\ x + 4y = 54 \end{cases}$

(E) $\begin{cases} y + z = 3 \\ -x + 2z = 1 \\ x + y = 4 \end{cases}$

Item 2. Observe o sistema de duas equações lineares

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

O conjunto solução S desse sistema de equações é composto pelo par ordenado

(A) (2, 1)

(B) (1, 2)

(C) (3, 1)

(D) (1, 3)

(E) (1, 1)

Item 3. Uma situação problema com contexto foi representada por meio do sistema de duas equações lineares:

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ 3x - y = 2 \end{cases}$$

O par ordenado que corresponde à solução desse sistema é

(A) (1, 3)

(B) (5,1)

(C) (6, 2)

(D) (2, 4)

(E) (4, 2)

Item 4. Dois números naturais são tais que a soma é igual a 11 e a diferença é igual a 5.

O sistema de equações que representa esse contexto é

(A) $\begin{cases} x \cdot y = 11 \\ x : y = 5 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} x + y = 11 \\ x - y = 5 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x : y = 11 \\ x \cdot y = 5 \end{cases}$

(D) $\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 11 \end{cases}$

(E) $\begin{cases} x + y = 11 \\ x^y = 5 \end{cases}$

Anotações

Aula 28

Nesta aula, continuaremos o processo de desenvolvimento da habilidade de determinar a solução de um sistema de duas equações lineares, trazendo atividades práticas de aplicação em contextos do nosso cotidiano.

Para isso, os itens a seguir serão respondidos em grupos, para que você compartilhe estratégias de resolução com seus colegas. Em seguida, a correção será coletiva para que, juntos, discutam as respostas. Assim, você entenderá o porquê de cada resposta estar certa ou não. Para isso, fique atento às dicas:

- ☑ leia cada item com atenção;
- ☑ destaque ou esquematize as informações que você julgue mais importantes no enunciado dos itens;
- ☑ analise os dados fornecidos por cada enunciado e, em caso de dúvidas, conte com o apoio dos colegas e do professor.

Vamos juntos avançar nesta jornada e continuar aprendendo mais sobre sistemas de duas equações lineares?

Item 5. Considere o seguinte sistema de duas equações lineares: $\begin{cases} x + 4y = 100 \\ 2x + 3y = 90 \end{cases}$, cuja solução é o par ordenado (x, y).

Assim, o valor de $x + y$ é

(A) 190.

(B) 34.

(C) 10.

(D) 5.

(E) 3.

Item 6. Considere a seguinte situação-problema que pode ser solucionada utilizando-se a incógnita m para representar a quantidade de motos e c para representar a quantidade de carros no estacionamento:

Em um estacionamento há motos e carros comuns, num total de 79 veículos e 248 rodas. Qual é o número de motos no estacionamento?

O sistema de equações que possibilita encontrar a resposta solicitada nesta situação-problema é

(A) $\begin{cases} m + c = 79 \\ 2m + c = 248 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} m + c = 79 \\ m + 4c = 248 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} m + c = 79 \\ 4m + 2c = 248 \end{cases}$

(D) $\begin{cases} m + c = 248 \\ 2m + 4c = 79 \end{cases}$

(E) $\begin{cases} m + c = 79 \\ 2m + 4c = 248 \end{cases}$

Item 7. A professora de Matemática de Pérola estava desenvolvendo um jogo com a sua turma. A proposta era que um estudante informasse um par ordenado e outro citasse um sistema de duas equações lineares que tivesse esse par como solução. André informou o par ordenado (3, 8) e desafiou Pérola a exemplificar um sistema de duas equações lineares que o tivesse como solução.

Dentre os sistemas de equações apresentados a seguir, o único que Pérola pode citar é

(A) $\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 11 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} x - 3y = -1 \\ 2x + y = 19 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} 2x - y = -2 \\ 3x + 2y = 25 \end{cases}$

(D) $\begin{cases} x + y = -11 \\ x - y = -5 \end{cases}$

(E) $\begin{cases} x + 2y = -19 \\ -3x + y = 1 \end{cases}$

Item 8. Suponha que x e y sejam números reais que satisfazem, simultaneamente, às equações $2x + 3y = 15$ e $x - 4y = 2$.

Nessas condições, temos que $x + y$ vale

(A) 7.

(B) 6.

(C) 5.

(D) 2.

(E) 1.

Item 9. Em um restaurante há 12 mesas, todas ocupadas. Algumas por 4 pessoas; outras por apenas 2 pessoas, num total de 38 fregueses.

Assim, o total de mesas ocupadas por apenas 2 pessoas neste restaurante é

(A) 12.

(B) 7.

(C) 5.

(D) 4.

(E) 2 .

Item 10. Fernando e Ana resolveram aproveitar as promoções de uma livraria para comprar livros e CDs de jogos. Ela gastou R$ 130,00 comprando dois livros e dois CDs. Ele, por sua vez, comprou um livro e três CDs, gastando ao todo R$ 145,00.

Ao calcular o preço dos itens comprados por eles, descobre-se que cada livro e cada CD de jogos custou, respectivamente,

(A) R$ 175,00 e R$ 160,00.

(B) R$ 122,50 e R$ 7,50.

(C) R$ 43,75 e R$ 28,75.

(D) R$ 40,00 e R$ 25,00.

(E) R$ 25,00 e R$ 40,00.

Extrapolando o conhecimento

A finalidade desta seção da aula é ampliar os seus conhecimentos sobre o que foi estudado. Nestas aulas, enfatizou-se os sistemas com duas equações lineares, no entanto, é possível que sistemas sejam compostos por mais equações e mais incógnitas. Vejamos o exemplo a seguir:

Na loja de eletrodomésticos TUDO BOM está sendo feita uma campanha para vender dois produtos para cada cliente. Veja as opções e, através de um sistema linear, calcule o preço de cada um desses eletrodomésticos.

PROMO 01	PROMO 02	PROMO 03
COMPRAR UM FORNO MICROONDAS E UM ASPIRADOR DE PÓ SÓ CUSTA R$ 600,00.	COMPRANDO UM FORNO MICROONDAS E UMA GELADEIRA VOCÊ SÓ PAGA R$ 1 850,00.	UM ASPIRADOR DE PÓ E UMA GELADEIRA SAEM POR R$ 1 750,00.

Sobre a situação apresentada, faça o que se pede:

1. Escolha uma letra para representar o preço de cada produto indicado:
   - Forno microondas:
   - Geladeira:
   - Aspirador de pó:
2. Utilizando as letras escolhidas, escreva uma equação para representar cada promoção:
   - Promo 01:
   - Promo 02:
   - Promo 03:
3. Escreva um sistema de equações adequado para calcular o preço de cada produto dessas promoções:
4. Resolva esse sistema de equações e informe o preço de cada eletrodoméstico.

Isolando a incógnita escolhida para o microondas na 1ª equação:

Substituindo essa sentença na 2ª equação e isolando uma das incógnitas:

Substituindo essa sentença na 3ª equação:

Substituindo esse valor na 2ª equação:

Substituindo o valor encontrado na 1ª equação:

- Forno microondas:
- Geladeira:
- Aspirador de pó:

5 Informe características que diferenciam esse sistema de equações daqueles que foram utilizados para a resolução dos 10 itens dessas aulas.

Sistematizando e avaliando o conhecimento

Ao desenvolver as atividades destas aulas, você teve a oportunidade de relembrar, consolidar e aplicar conhecimentos essenciais para ampliar os seus conhecimentos sobre sistemas de equações lineares, com ênfase na resolução de problemas, de modo que você tenha uma compreensão satisfatória sobre esse objeto de conhecimento. Vamos anotar isso?

Atividade		Como posso melhorar?
Compreendo que é possível utilizar equações e sistemas de equações lineares para resolver problemas?	( ) Completamente. ( ) Parcialmente. ( ) Não.	( ) Dando mais atenção ao enunciado. ( ) Estudando mais sobre este tópico. ( ) De outra forma:____________
Reconheço quando um sistema é composto por duas equações lineares?	( ) Completamente. ( ) Parcialmente. ( ) Não.	( ) Dando mais atenção ao enunciado. ( ) Estudando mais sobre este tópico. ( ) De outra forma:____________
Sou capaz de verificar quando um par ordenado é solução de um sistema de equações?	( ) Completamente. ( ) Parcialmente. ( ) Não.	( ) Dando mais atenção ao enunciado. ( ) Estudando mais sobre este tópico. ( ) De outra forma:____________
Consigo resolver um sistema com duas equações lineares utilizando diversos métodos diferentes (substituição, adição)?	( ) Completamente. ( ) Parcialmente. ( ) Não.	( ) Dando mais atenção ao enunciado. ( ) Estudando mais sobre este tópico. ( ) De outra forma:____________
Reconheço quando um problema pode ser representado por um sistema de equações?	( ) Completamente. ( ) Parcialmente. ( ) Não.	( ) Dando mais atenção ao enunciado. ( ) Estudando mais sobre este tópico. ( ) De outra forma:____________
Consigo resolver problemas que podem ser representados por um sistema de equações?	( ) Completamente. ( ) Parcialmente. ( ) Não.	( ) Dando mais atenção ao enunciado. ( ) Estudando mais sobre este tópico. ( ) De outra forma:____________

Parabéns pelo seu empenho e dedicação! Continue assim e bons estudos!

Anotações

Aulas

29 e 30 Resolver problemas com dados da população brasileira em tabelas e gráficos estatísticos

Aula 29

Olá, Estudante!

As **aulas 29 e 30** fazem parte de uma jornada do conhecimento sobre **resolver problema envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos, tendo como objetivo resgatar os conhecimentos dos estudantes**. Saber resolver problemas com dados apresentados em tabelas e gráficos é muito importante, porque isso nos ajuda a entender melhor informações ao nosso redor e a tomar decisões mais inteligentes. Os dados estão presentes em muitos aspectos da nossa vida, a exemplo das notícias, nos preços de produtos, nas pesquisas científicas, no planejamento de uma viagem, nas estatísticas de saúde e até mesmo nas redes sociais. Ao interpretar corretamente tabelas e gráficos, conseguimos: compreender melhor o que está sendo mostrado, fazendo conexões entre diferentes informações; tomar decisões mais informadas, seja sobre como gastar nosso tempo, dinheiro ou até mesmo escolher um projeto para trabalhar; resolver problemas do dia a dia, como calcular o custo total de compras ou analisar como o clima tem mudado ao longo do ano; desenvolver habilidades para resolver problemas mais complexos no futuro, como em provas e no mercado de trabalho, em que muitas vezes precisamos lidar com dados para tirar conclusões. Em resumo, saber ler e analisar dados nos dá poder para entender o mundo e fazer escolhas mais acertadas.

Preparados para começar esta jornada de aprendizagem e mudar de nível de conhecimento?

Ao término destas aulas, espera-se que você seja capaz de **resolver problema envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos**, o que possibilitará a leitura mais assertiva sobre o mundo que nos cerca.

Conectando-se com o conhecimento

Para começarmos esta aula, você e seus colegas responderão algumas perguntas ao professor relativas ao que já sabem sobre tabelas e gráficos e sobre a resolução de problemas utilizando os dados apresentados em tabelas e nesses gráficos. Isso ajudará o professor a entender melhor o que você já conhece e permitirá que ele te apoie de forma mais eficaz no que será estudado a seguir.

Em aulas anteriores já fizemos essas perguntas, o que você lembra sobre elas?

1. O que você entende por tabela simples e tabela de dupla entrada?
2. O que você entende por gráfico?
3. Quais tipos de gráficos você conhece? Fale um pouco sobre cada um.
4. Em que situações do dia a dia nos deparamos com tabelas e gráficos?
5. Como resolver situações-problemas utilizando dados apresentados em tabelas e gráficos?

Explorando e avançando no conhecimento

Vamos começar recordando os conceitos de tabelas e gráficos:

Tabela: uma tabela consiste em uma maneira de organizar e apresentar dados de forma estruturada, geralmente, em linhas e colunas, agilizando a leitura e a comparação de informações. Cada linha representa uma unidade de dados ou um conjunto de informações relacionadas e cada coluna contém dados sobre uma característica específica ou uma variável.

- **Características principais das tabelas:** as **linhas** representam diferentes itens, categorias ou registros. As **colunas** contêm categorias ou variáveis que descrevem os dados de cada linha. As **células** são as interseções entre linhas e colunas, onde os dados específicos são armazenados. As tabelas funcionam com o objetivo de organizar e apresentar dados de forma visual, contribuindo para comparações e análises entre diferentes informações.
- **Tabela simples:** uma tabela simples apresenta dados organizados em uma única dimensão, ou seja, com uma variável. Ela é composta por linhas e colunas, em que as linhas representam diferentes categorias ou itens e as colunas contêm as informações associadas a essas categorias. **Características da tabela simples:** apresenta uma única medida ou informação sobre cada categoria.
- **Tabela de dupla entrada:** uma tabela de dupla entrada organiza dados em duas dimensões, permitindo a análise da relação entre duas variáveis, ou seja, a partir da intersecção das linhas e colunas, é possível compreender como uma variável se relaciona com outra.

Exemplo de tabela de dupla entrada:

Distribuição percentual da população, por cor ou raça, segundo sexo, no Censo Demográfico - 2022

Cor ou raça	Homens	Mulheres
Branca	42,2%	43,8%
Preta	9,3%	8,9%
Amarela	0,6%	0,6%
Parda	47,6%	46,4%
Indígena	0,3%	0,3%
Total	100%	100%

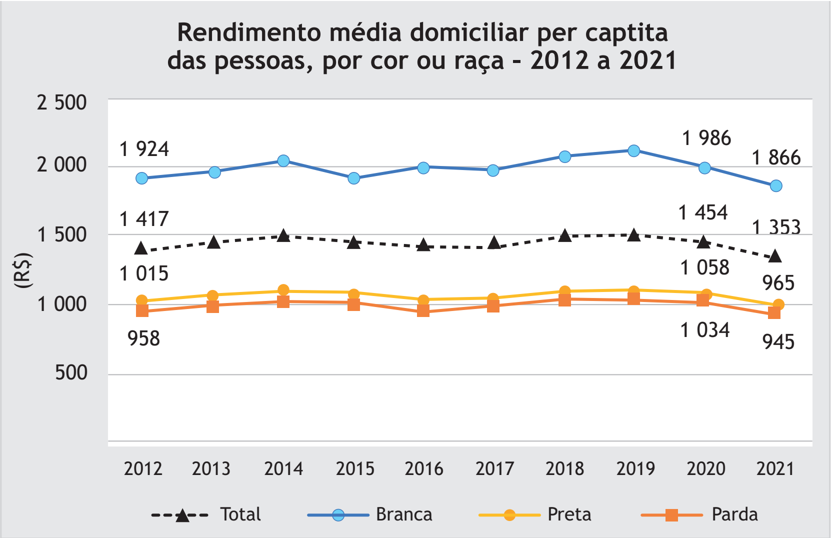
Disponível em: https://sidra.ibge.gov.br/tabela/9605 Acesso em: 8 jan. 2025.

Gráficos: os gráficos são representações visuais que tornam a análise de dados mais ágil, geralmente, organizados, primeiramente, em tabelas durante pesquisas estatísticas. Eles oferecem maior praticidade, especialmente, quando há um grande volume de dados para ser analisado. Um gráfico deve ser simples para transmitir informações de forma rápida e evidente. Em um gráfico estatístico, é importante evitar a sobrecarga de dados, incluindo apenas as informações essenciais.

Gráficos de linhas, colunas e setores:

- **Gráfico de linhas:** é utilizado em casos que existe a necessidade de analisar a relação entre uma variável ao longo do tempo ou em relação a outra variável. Esse tipo de gráfico é muito presente em análises financeiras e nas pesquisas eleitorais, por exemplo. O gráfico de linhas simples, caracterizado por representações visuais de dados que mostram a relação entre duas variáveis. Podemos ter ainda um gráfico de linha com mais de duas grandezas representadas, que chamamos de gráficos de linhas duplas. Os gráficos de linha duplas ou triplas, bem como os gráficos de várias grandezas, são tipos de gráficos utilizados para representar mais de uma variável ao mesmo tempo, permitindo comparações e análises simultâneas entre diferentes conjuntos de dados. Esse tipo de gráfico é especialmente útil quando se deseja observar a relação ou a evolução de várias grandezas ao longo de um período de tempo ou em diferentes condições.

- **Exemplo de gráfico com mais de duas grandezas representadas:** entre 2012 e 2021, o rendimento médio domiciliar per capita mensal da população branca (R$ 1.866,00) foi cerca de duas vezes maior do que o da população preta (R$ 965) e parda (R$ 945,00). Esse comportamento foi observado ao longo de toda a série:



Disponível em: https://anda.ibge.gov.br/media/com_mediaibge/arquivos/ded2949e6fb4ddf386c7e61f06afcd73.pdf. Acesso em: 8 jan. 2025.

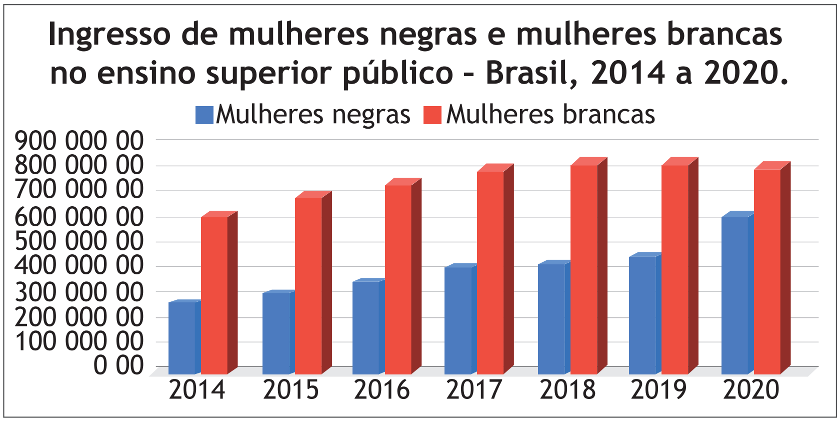
- **Gráfico de colunas ou barras:**

(A) Gráfico de colunas: as categorias são representadas por colunas verticais. É ideal para mostrar comparações entre diferentes grupos ou categorias, especialmente, quando se deseja observar variações ao longo de um eixo (como o tempo).

(B) Gráfico de barras: as categorias são representadas por barras horizontais. Também serve para comparar categorias, sendo particularmente útil quando os nomes das categorias são longos ou quando há muitas categorias a serem exibidas.

(C) Características comuns entre gráficos de colunas e de barras: ambos os gráficos agilizam a observação e a análise de dados, permitindo identificar rapidamente quais categorias têm valores maiores ou menores. A altura (ou comprimento) das colunas ou barras representa a magnitude dos dados correspondentes a cada categoria. Esses gráficos são amplamente utilizados em diversos campos, como negócios, Educação e Ciências, para apresentar informações de forma evidente e concisa.

Observe o seguinte exemplo de gráfico de colunas e responda com o professor os comandos a seguir:



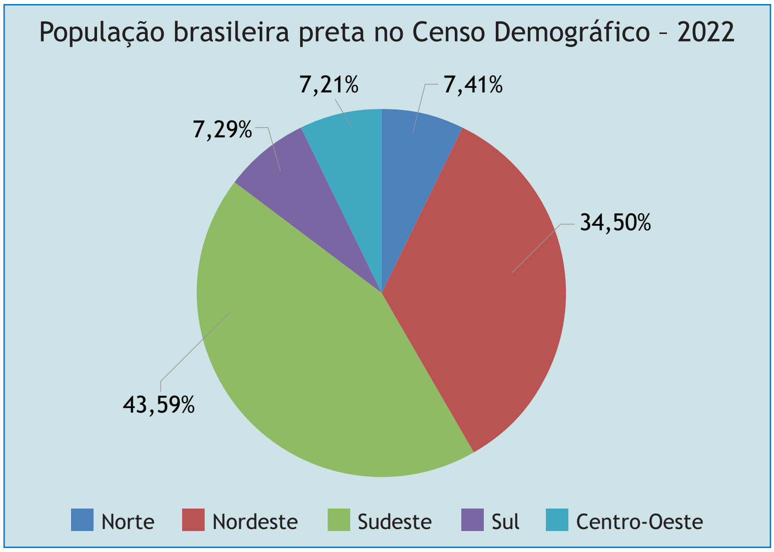
Disponível em: https://www.geledes.org.br/boletim-seta-01-desigualdade-de-genero-e-raca-na-educacao-brasileira. Acesso em: 8 jan. 2025.

1. Identifique o tipo de gráfico.
2. Verifique os eixos para entender as variáveis representadas.
3. Leia o título e a legenda para entender o contexto e a interpretação dos dados.
4. Analise as séries de dados e identifique tendências, picos ou quedas.
5. Compare as variáveis se houver mais de uma sendo representada.
6. Observe a escala e os intervalos dos eixos.
7. Considere o contexto dos dados e as perguntas que o gráfico pretende responder.

- **Gráfico de setores:**

(A) Gráfico de setores: também conhecido como gráfico de pizza é uma representação visual que ilustra a proporção de diferentes partes em relação a um todo. Cada setor circular (ou "fatia da pizza") representa uma categoria específica e sua área é proporcional ao valor que essa categoria representa em relação ao total. A seguir, estão elencados alguns aspectos importantes sobre os gráficos de setores:

- Cada setor circular do gráfico representa uma parte do todo, agilizando a comparação entre diferentes categorias.
- É comum que os setores circulares do gráfico sejam acompanhados de porcentagens, indicando a participação de cada categoria.
- Os gráficos de setores são eficazes para mostrar distribuições percentuais, tornando-se úteis, por exemplo, em análises de mercado, pesquisas de opinião e relatórios financeiros.
- Esse tipo de gráfico promove o entendimento rápido e conciso sobre como os dados se distribuem em relação ao todo.



Disponível em: https://sidra.ibge.gov.br/tabela/9605. Acesso em: 8 jan. 2025. (Adaptado).

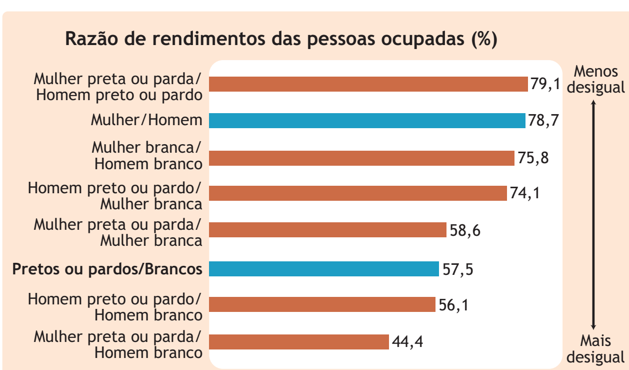
Aplicando o conhecimento

Você sabia?

A razão de rendimento pode ser entendida como a comparação entre os rendimentos de diferentes grupos de pessoas ocupadas. Se, em um gráfico, a razão de rendimento de homens for de 80% em relação ao rendimento de mulheres, isso significa que, em média, os homens ganham 80% do que as mulheres ganham, se compararmos os dois grupos no mesmo contexto.

Vamos lá?!

Item 1. O gráfico a seguir apresenta a razão de rendimento das pessoas ocupadas em porcentagem.



Disponível em: https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/media/com_mediaibge/arquivos/4e0d6489049f2329584cd5e61350d192.pdf. Acesso: 26 jan. 25.

Observando os dados do gráfico, é correto afirmar que a diferença entre a razão de rendimento menos desigual e a mais desigual é de:

(A) 123,5%.

(B) 79,1%.

(C) 44,4%.

(D) 35,0%.

(E) 34,7%.

Item 2. A tabela a seguir apresenta o quantitativo de pessoas pretas no Brasil, no Censo Demográfico de 2022, por faixa etária.

Faixa etária das pessoas pretas no Censo Demográfico - Brasil 2022	
Faixa de idade	**Total**
100 anos ou mais	5 426
95 a 99 anos	15 990
90 a 94 anos	50 582
85 a 89 anos	116 147
80 a 84 anos	225 159
75 a 79 anos	357 500
70 a 74 anos	571 071
65 a 69 anos	795 018
60 a 64 anos	1 038 306
55 a 59 anos	1 225 630
50 a 54 anos	1 403 801
45 a 49 anos	1 558 947
40 a 44 anos	1 851 159
35 a 39 anos	1 850 687
30 a 34 anos	1 747 944
25 a 29 anos	1 782 294
20 a 24 anos	1 725 800
15 a 19 anos	1 403 059
10 a 14 anos	1 109 531
5 a 9 anos	1 020 633
0 a 4 anos	801 774

Disponível em: https://www.ibge.gov.br/painel-cor-ou-raca/. Acesso em: 27 jan. 25. (Adaptada de pirâmide etária - pretos(pessoas).

O quantitativo de pessoas pretas no Brasil, em 2022, na faixa etária de 15 a 34 anos, é de:

(A) 1 403 059.

(B) 1 747 944.

(C) 3 128 859.

(D) 4 547 987.

(E) 6 659 097.

Item 3. A tabela a seguir apresenta o quantitativo de homens pretos e mulheres pretas no Brasil, de acordo com o Censo Demográfico de 2022, por faixa etária.

Faixa etária das pessoas pretas no Censo Demográfico - Brasil 2022		
Faixa de idade	**Homens**	**Mulheres**
100 anos ou mais	1 625	3 801
95 a 99 anos	5 451	10 539
90 a 94 anos	18 756	31 826
85 a 89 anos	45 574	70 573
80 a 84 anos	95 767	129 392
75 a 79 anos	159 000	198 500
70 a 74 anos	260 218	310 853
65 a 69 anos	371 432	423 586
60 a 64 anos	499 513	538 793
55 a 59 anos	606 760	618 870
50 a 54 anos	716 473	687 328
45 a 49 anos	805 526	753 421
40 a 44 anos	964 121	887 038
35 a 39 anos	958 928	891 759
30 a 34 anos	914 062	833 882
25 a 29 anos	935 525	846 769
20 a 24 anos	910 533	815 267
15 a 19 anos	741 701	661 358
10 a 14 anos	581 729	527 802
5 a 9 anos	523 883	496 750
0 a 4 anos	409 443	392 331

Disponível em: https://www.ibge.gov.br/painel-cor-ou-raca/. Acesso em: 27 jan. 25. (Adaptada de pirâmide etária - pretos (pessoas)).

De acordo com a tabela, é correto afirmar que, na faixa etária de 0 a 19 anos,

(A) a diferença entre o número de homens pretos e mulheres pretas é de 222 515 pessoas.

(B) o número de homens pretos é maior do que o número de mulheres pretas.

(C) o número de mulheres pretas é igual a 2 256 756 pessoas.

(D) o número de mulheres pretas é inferior a dois milhões.

(E) o número de homens pretos é inferior a dois milhões.

Item 4. Na tabela a seguir, é apresentada a população brasileira, conforme Censo demográfico de 2022:

População brasileira, por cor ou raça, no Censo Demográfico - 2022					
Local	**Branca**	**Preta**	**Amarela**	**Parda**	**Indígena**
Norte	3 598 298	1 530 418	29 467	11 654 390	539 821
Nordeste	14 571 557	7 127 018	68 749	32 559 846	327 725
Sudeste	42 318 768	9 003 372	570 852	32 833 389	109 934
Sul	21 729 713	1 505 526	120 838	6 499 382	81 478
Centro-Oeste	6 033 785	1 490 124	60 224	8 536 279	168 684

Disponível em: https://sidra.ibge.gov.br/tabela/9605. Acesso em: 8 jan. 2025. (Adaptada).

Observando os dados da tabela, é correto afirmar que a população branca no Sudeste

(A) é maior do que a soma das populações das demais cores/raças na mesma região.

(B) é menor do que a soma da população branca das demais regiões.

(C) é menor do que a soma da população preta em todas as regiões.

(D) equivale ao triplo da população branca no Nordeste.

(E) é o dobro da população branca na região Sul.

Aula 30

Nesta aula, continuaremos o processo de desenvolvimento da habilidade de **resolver problema envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos**.

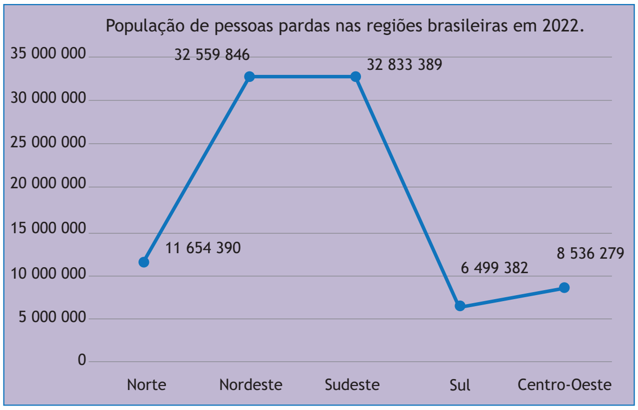
Para isso, os itens a seguir serão respondidos em grupos, para que você compartilhe estratégias de resolução com seus colegas. Em seguida, a correção será coletiva para que, juntos, discutam as respostas. Assim, você entenderá o porquê de cada resposta estar certa ou não. Para isso, fique atento às dicas:

1. leia cada item com atenção;
2. identifique o que os dados representam;
3. certifique-se da(s) informação(ões) que você precisa;
4. extraia os dados relevantes;
5. realize os cálculos, se necessário;
6. interprete os resultados;
7. Responda ao problema de forma evidente.

Vamos juntos avançar nesta jornada e continuar aprendendo mais sobre analisar e interpretar dados dispostos em tabelas e gráficos!

Anotações

Item 5. O gráfico a seguir apresenta dados relativos à população parda nas regiões brasileiras em 2022.



Disponível em: https://sidra.ibge.gov.br/tabela/9605.Acesso em: 8 jan. 2025. (Adaptado).

Observando os dados do gráfico, é correto dizer que a população parda, no Brasil, em 2022, era de:

(A) 11 654 390.

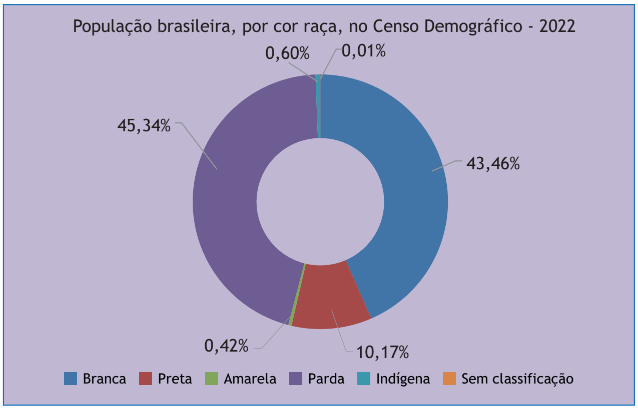
(B) 32 883 389.

(C) 44 214 236.

(D) 79 851 966.

(E) 92 083 286.

Item 6. O gráfico a seguir apresenta a população brasileira, por cor ou raça, em 2022, em que a população total no Brasil neste ano era de aproximadamente 203 milhões de habitantes.



Disponível em: https://sidra.ibge.gov.br/tabela/9605. Acesso em: 8 jan. 2025. (Adaptada).

É correto afirmar que, em 2022, a população preta correspondia a aproximadamente:

(A) 10 milhões de habitantes.

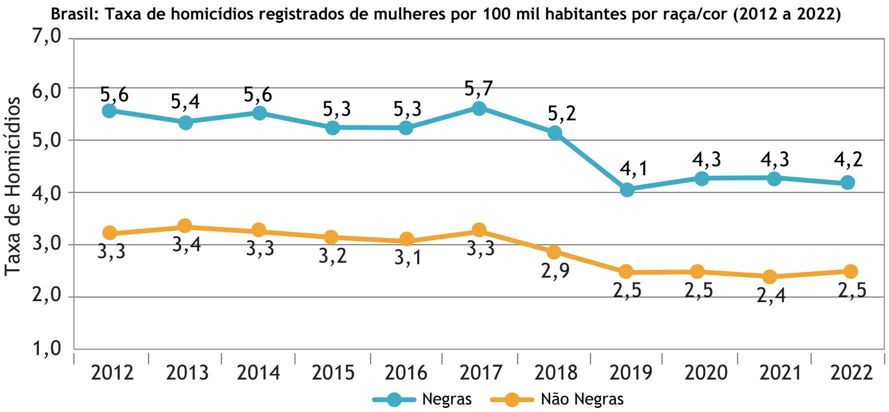
(B) 21 milhões de habitantes.

(C) 45 milhões de habitantes.

(D) 92 milhões de habitantes.

(E) 203 milhões de habitantes.

Item 7. O gráfico a seguir apresenta a taxa de homicídios registrados de mulheres por 100 mil habitantes por raça/cor de 2012 a 2022.



Disponível em: https://www.ipea.gov.br/atlasviolencia/arquivos/artigos/7868-atlas-violencia-2024-v11.pdf. Acesso em: 26 jan. 2025.

Segundo os dados fornecidos, o valor que mais se aproxima da diferença das taxas médias acumuladas de homicídios registrados de mulheres negras e não negras, neste período, é:

(A) 5,00.

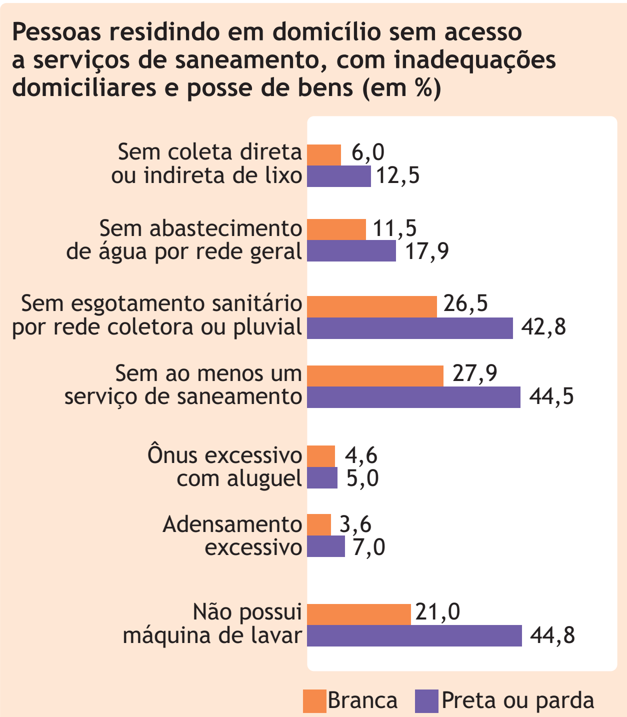
(B) 3,95.

(C) 3,05.

(D) 2,95.

(E) 2,05.

Item 8. O gráfico a seguir apresenta o quantitativo de pessoas residindo em domicílios sem acesso a serviços de saneamento, com inadequações domiciliares e posse de bens (em %) no Brasil:



Disponível em: https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/media/com_mediaibge/arquivos/4e0d6489049f2329584cd5e61350d192.pdf. Acesso: 26 jan. 25.

De acordo com o gráfico, a porcentagem de pessoas pretas ou pardas sem coleta direta ou indireta de lixo ou sem esgotamento sanitário por rede coletora ou pluvial, totalizam

(A) 69,3%.

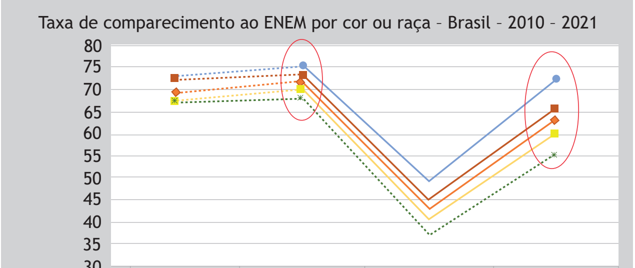
(B) 55,3%.

(C) 32,5%.

(D) 18,5%.

(E) 12,5%.

Item 9. O gráfico a seguir apresenta a taxa de comparecimento ao Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) por cor ou raça, no período de 2010 a 2021:



	2010	2019	2020	2021
Branca	72,5	75,2	49,2	72,1
Preta	66,9	70,1	40,7	60,2
Parda	69,3	71,8	43,1	62,9
Amarela	72,3	73,1	44,9	65,8
Indígenas	67,5	68,0	37,1	55,3

Disponível: https://anda.ibge.gov.br/media/com_mediaibge/arquivos/ded2949e6fb4ddf386c7e61f06afcd73.pdf. Acesso em: 26 jan. 2025.

Analisando os dados do gráfico, é correto afirmar que a maior diferença entre o comparecimento de pessoas brancas e pessoas indígenas, em um mesmo ano, foi de:

(A) 5.

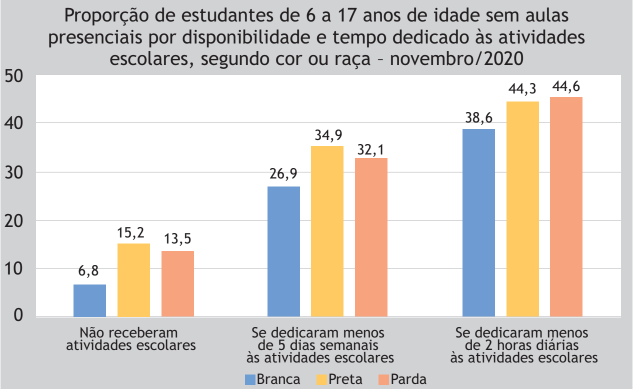
(B) 7,2.

(C) 12,1.

(D) 16,8.

(E) 38,1.

Item 10. O gráfico a seguir apresenta a proporção de estudantes de 6 a 17 anos de idade sem aulas presenciais por disponibilidade e tempo dedicado às atividades escolares, segundo cor ou raça em novembro de 2020.



Disponível: *https://anda.ibge.gov.br/media/com_mediaibge/arquivos/ded2949e6fb4ddf386c7e61f06afcd73.pdf*. Acesso em: 26 jan. 25.

Ao analisar os dados, é correto afirmar que a proporção de estudantes da cor ou raça preta e também da parda, respectivamente, que não receberam atividades escolares e se dedicaram a menos de 2 horas diárias às atividades escolares são

(A) 94,4 e 90,2.

(B) 90,2 e 94,4

(C) 59,5 e 58,1.

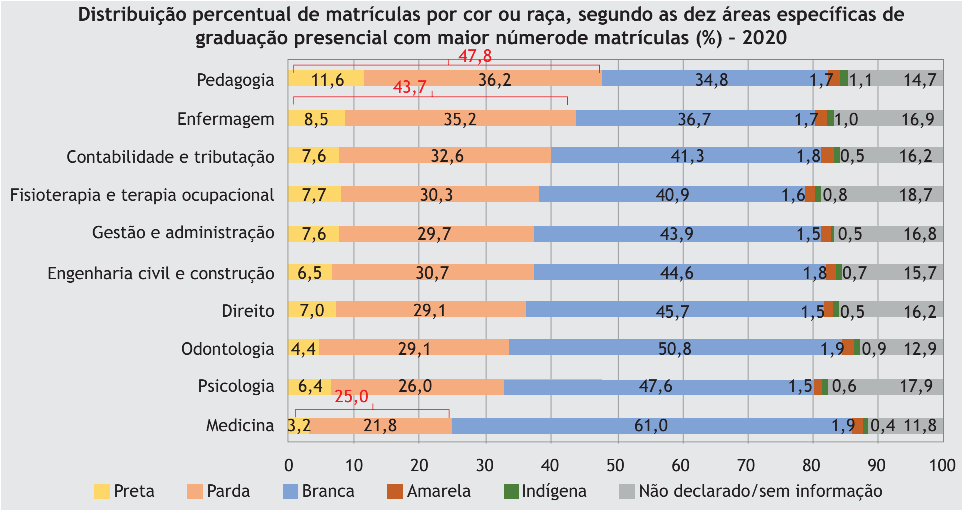
(D) 58,1 e 59,5.

(E) 15,2 e 13,5.

Extrapolando o conhecimento

A finalidade desta seção da aula é ampliar os seus conhecimentos sobre o que foi estudado. Você aprendeu até aqui como resolver problema envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos.

Agora, você e seus colegas de grupo irão ler, analisar e elaborar duas situações-problema, baseadas nos dados apresentados no gráfico a seguir, para que outro grupo possa resolvê-las. Após a troca dos problemas entre os grupos, inclusive o grupo ao qual você pertence, vocês terão um tempo determinado pelo professor para resolvê-los. Ao final, o professor fará uma correção coletiva, promovendo a discussão dos resultados e das estratégias utilizadas.



Disponível em: *https://anda.ibge.gov.br/media/com_mediaibge/arquivos/ded2949e6fb4ddf386c7e61f06afcd73.pdf* Acesso em: 8 jan. 2025.

Sistematizando e avaliando o conhecimento

Ao desenvolver as atividades destas aulas, você teve a oportunidade de relembrar, consolidar e aplicar conhecimentos essenciais para ampliar suas habilidades para resolver problemas utilizando dados apresentados em gráficos e tabelas, de modo que você tivesse uma compreensão satisfatória sobre esses objetos de conhecimento. Vamos realizar uma autoavaliação sobre o que você aprendeu?

Atividade		Preciso aprender um pouco mais? Exemplos.
Consegui ler e interpretar dados apresentados em tabelas simples e de colunas diversas?	( ) Completamente. ( ) Parcialmente. ( ) Não.	( ) Dando mais atenção ao enunciado. ( ) Estudando mais sobre este tópico. ( ) De outra forma:________________
Consegui ler e interpretar dados apresentados em gráficos de colunas simples e conjugadas?	( ) Completamente. ( ) Parcialmente. ( ) Não.	( ) Dando mais atenção ao enunciado. ( ) Estudando mais sobre este tópico. ( ) De outra forma:________________
Consegui ler e interpretar dados apresentados em gráficos de linhas simples e com mais de uma variável?	( ) Completamente. ( ) Parcialmente. ( ) Não.	( ) Dando mais atenção ao enunciado. ( ) Estudando mais sobre este tópico. ( ) De outra forma:________________
Consegui resolver problemas com dados apresentados em tabelas?	( ) Completamente. ( ) Parcialmente. ( ) Não.	( ) Dando mais atenção ao enunciado. ( ) Estudando mais sobre este tópico. ( ) De outra forma:________________
Consegui resolver problemas com dados apresentados em gráficos?	( ) Completamente. ( ) Parcialmente. ( ) Não.	( ) Dando mais atenção ao enunciado. ( ) Estudando mais sobre este tópico. ( ) De outra forma:________________
Fiquei motivado durante as atividades e ajudei meus colegas a se manterem motivados?	( ) Completamente. ( ) Parcialmente. ( ) Não.	( ) Dando mais atenção ao enunciado. ( ) Estudando mais sobre este tópico. ( ) De outra forma:________________
Colaborei com meus colegas, trocando ideias sobre como interpretar dados em tabelas e gráficos.	( ) Completamente. ( ) Parcialmente. ( ) Não.	( ) Dando mais atenção ao enunciado. ( ) Estudando mais sobre este tópico. ( ) De outra forma:________________

Parabéns pelo seu empenho e dedicação! Continue assim e bons estudos!